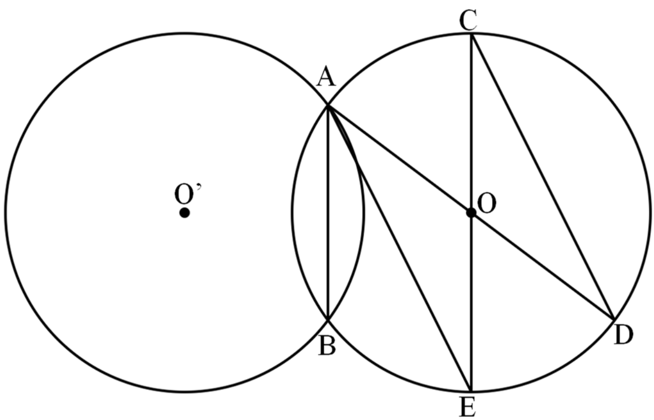
見落としがちな平面図形

範囲：中 3 図形	難易度：★×4	得点　　　/20

出典：2018 年度　国立高専

図 1 のように，半径の等しい 2 円 O，O’が 2 点 A，B で交わっている。線分 AD，CE は円 O の直径で，AB//CE とする。

図 1



このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) AE//CD であることを，次のように証明した。$\boxed{\text{ア}}$から$\boxed{\text{オ}}$に当てはまるものを，下の a から k までの中から選びなさい。

【証明】

1 つの弧に対する$\boxed{\text{ア}}$は等しいので，弧 DE において

∠DCE ＝ $\boxed{\text{イ}}$…①

また，△OAE は二等辺三角形であるから，その$\boxed{\text{ウ}}$は等しいので

$\boxed{\text{イ}}$ ＝ $\boxed{\text{エ}}$…②

①，②より

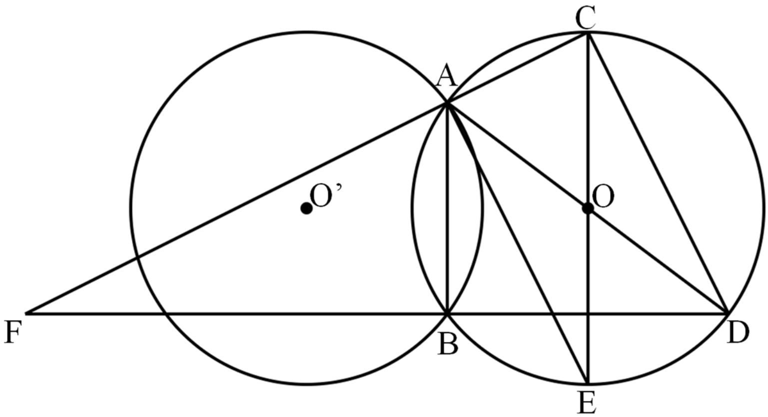
∠DCE ＝ $\boxed{\text{エ}}$

したがって，$\boxed{\text{オ}}$が等しいので，AE//CD である。　[証明終わり]

a 対頂角	b 同位角	c 錯角	d 頂角	e 底角	f 円周角
g ∠DCA	h ∠DOE	i ∠CEA	j ∠AOE	k ∠DAE	

（2）**図２**のように，線分 CA，DB を延長し，その交点を F とする。

図２



円 O，円 O'の半径がともに 10 cm，OO'＝16 cm であるとき，

AE＝$\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ cm

CF＝$\boxed{\text{クケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ cm

である。

また，△AFD の面積は$\boxed{\text{サシス}}$ cm^2 である。

【解答例】

（1）（5 点）

1 つの弧に対する f 円周角は等しいので，弧 DE において

　∠DCE　＝ **k ∠DAE**…①

また，△OAE は二等辺三角形であるから，その e 底角は等しいので

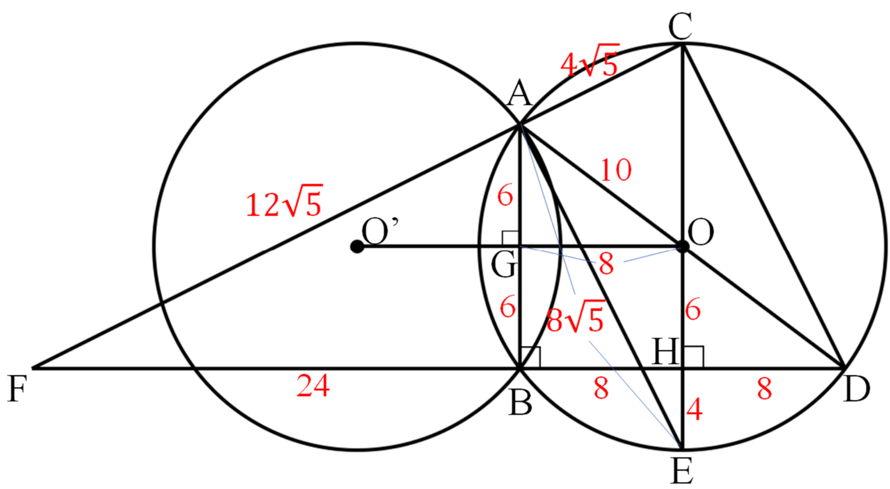
　k ∠DAE ＝ **i ∠CEA**…②

①，②より

　∠DCE　＝ **i ∠CEA**

したがって，c 錯角が等しいので，AE//CD である。　　[証明終わり]

（2）（5 点×3）



AB は OO'の垂直二等分線となる（垂直二等分線の作図を思い出す）。

AB，OO'の交点を G とすると，OG＝8，AG＝$\sqrt{10^2-8^2}$＝6

同様に BG＝6。CE と BD の交点を H とする。

∠AGO＝∠ABD＝∠OHD＝90° なので，四角形 BGOH は長方形となるから，OH＝6，BH＝8，よって，DH＝8，HE＝4

DE＝AC＝$\sqrt{8^2+4^2}$＝$4\sqrt{5}$，AE＝$\sqrt{20^2-4^2\times 5}=4\sqrt{5^2-5}=\mathbf{8\sqrt{5}}$

$\triangle$CFH∽$\triangle$CEA より，CF：CE＝CH:CA なので，

$$CF=\frac{20\times16}{4\sqrt{5}}=\frac{80\sqrt{5}}{5}=\mathbf{16\sqrt{5}}$$

$\triangle$AFB∽$\triangle$CEA なので，FB＝24

$$\triangle AFD=\frac{1}{2}\times40\times12=\mathbf{240}$$

【コメント】

一番解けなかったら悔しい難易度帯でしょうね。日頃の勉強の成果が嫌と言うほど試されます。垂直二等分線の作図思い出さなくても，何となく 90°かな？で進むのもありです。$8\sqrt{5}$ さえ出せれば，後はサクサク進むはず。