

## 計算が合わない易しい平面図形

範囲：平面図形

難易度：★×5

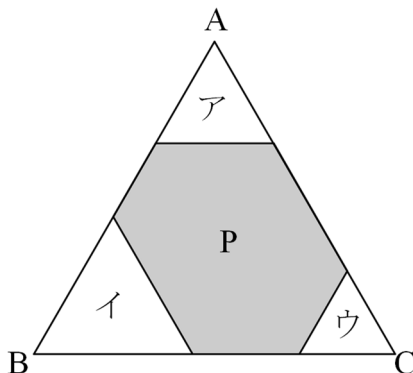
得点

/20

出典：2021 年度 上宮高校

下の図のように、1 辺の長さが 6 cm、高さが  $3\sqrt{3}$  cm の正三角形 ABC の 3 つの頂点から正三角形ア、イ、ウを切り取り、残った多角形を図形 P とします。ただし、正三角形ア、イ、ウが重なり合うことはないものとし、正三角形アの 1 辺の長さを  $x$  cm として、次の問いに答えなさい。

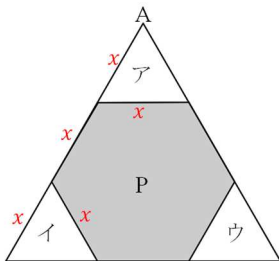
- (1) 図形 P が正六角形になるとき、 $x$  の値を求めなさい。
- (2) 正三角形イ、ウが合同で、図形 P が五角形であり、図形 P の周りの長さが 10.5 cm になるとき、 $x$  の値を求めなさい。
- (3) 正三角形ア、イ、ウがすべて合同で、図形 P の面積が正三角形 ABC の面積の  $\frac{1}{2}$  倍になるとき、 $x$  の値を求めなさい。
- (4) 図形 P が四角形で、図形 P の面積が正三角形 ABC の面積の  $\frac{1}{6}$  倍になるとき、図形 P の周りの長さを求めなさい。





【解答例】

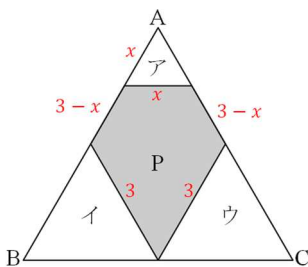
(1) (5点)



正六角形の一辺の長さが  $x$  cm となるので、正三角形イ、ウの一辺の長さも  $x$  cm となる。

したがって、 $3x = 6$  より、 $x = 2$

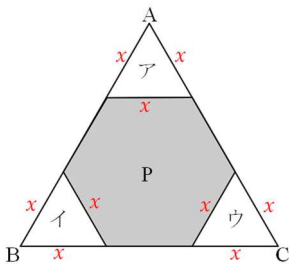
(2) (5点)



「正三角形イ、ウが合同」で、「図形 P が五角形」となるとき、正三角形イ、ウの一辺の長さが 3 cm になる。

よって左図より、図形 P の周りの長さが、  
 $x + (3 - x) + 3 + 3 + (3 - x) = 12 - x$ なので、  
 $12 - x = 10.5$ ,  $x = 1.5$

(3) (5点)



$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

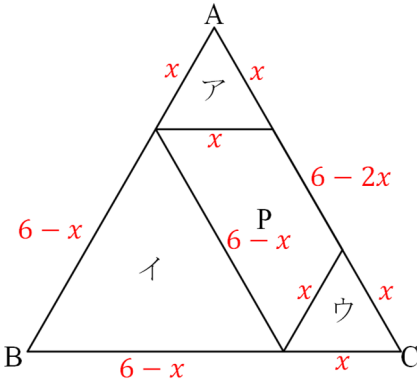
図形 P の面積は、 $\triangle ABC$  から正三角形ア、イ、ウの面積を引いたものなので、

$$9\sqrt{3} - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = 3\sqrt{3} \left( 3 - \frac{x^2}{4} \right)$$

$$\frac{1}{2} \times 9\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \left( 3 - \frac{x^2}{4} \right), \quad \frac{3}{2} = \left( 3 - \frac{x^2}{4} \right), \quad \frac{x^2}{4} = \frac{3}{2}, \quad x^2 = 6$$

$x > 0$  より、 $x = \sqrt{6}$

(4) (5点)



正三角形○の一辺の長さを、 $\square{\bigcirc}$ と表す。

図形 P が四角形となるには、

$$\square{\text{ア}} + \square{\text{イ}} = \square{\text{ア}} + \square{\text{ウ}} = 6,$$

$$\square{\text{イ}} + \square{\text{ア}} = \square{\text{イ}} + \square{\text{ウ}} = 6,$$

$$\square{\text{ウ}} + \square{\text{ア}} = \square{\text{ウ}} + \square{\text{イ}} = 6$$

のいずれかを満たす。どの場合でも図

形 P の周りの長さは変わらないので

(※1)

左図で考える。

$\square{\text{イ}} = 6 - x$ ,  $\square{\text{ウ}} = x$  となるから、四角形である図形 P のそれぞれの辺の長さは、 $x$ ,  $6 - x$ ,  $x$ ,  $6 - 2x$  となる。

図形 P は、上底と下底の長さが  $6 - x$ ,  $6 - 2x$ ,

高さが  $\frac{\sqrt{3}}{2}x$  (正三角形ア, ウの高さと同じ) の台形となるので、

図形 P  $= \frac{1}{2} \times (12 - 3x) \times \frac{\sqrt{3}}{2}x$  となるから、

$$\frac{9\sqrt{3}}{6} = \frac{3}{2}(4 - x) \times \frac{\sqrt{3}}{2}x, \quad 1 = (4 - x) \times \frac{1}{2}x, \quad 2 = 4x - x^2$$

$$x^2 - 4x + 2 = 0, \quad 0 < x < 3(\text{※2}) \text{より}, \quad x = 2 - \sqrt{2}$$

図形 P の周りの長さは、 $x + 6 - x + x + 6 - 2x = 12 - x$

$$= 12 - (2 - \sqrt{2}) = \mathbf{10 + \sqrt{2}}$$

(※1) 点対称な図形となる (※2)  $x$  が 3 以上だと、正三角形アとウがくっつく

**【コメント】**

使う図形の知識自体はとても簡単です。ただ、油断すると計算ミスします。(4) は計算大変なうえ、答えが微妙に嫌な答えなので、動揺もするかも？

※塾・教育関係者が、私の作成した PDF・画像をネット(Twitter など)上に無断転載することを固く禁じます。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>