

## 変域と文字式

範囲：中3関数

難易度：★★★★☆

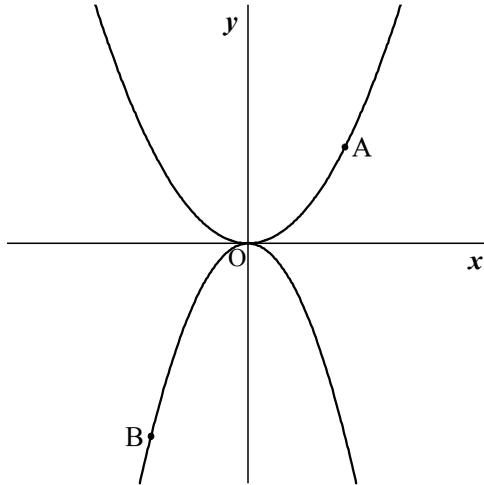
得点

/10

出典：オリジナル

下の図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{1}$ のグラフと、関数 $y = ax^2 \cdots \textcircled{2}$  ( $a < 0$ )のグラフがあります。①上に  $x$  座標が 2 となる点 A, ②上に  $x$  座標が負となる点 B をとります。点 O は原点とします。次の問いに答えなさい。

①



②

- 問1 点 B の  $y$  座標を  $-14$  とします。直線 AB の式が、 $y = 4x - 6$  となるとき、 $a$  の値を求めなさい。
- 問2 ①において、 $x$  の変域が  $b - 2 \leq x \leq b$  のとき、 $y$  の変域が  $2 \leq y \leq 8$  でした。考えられる  $b$  の値を全て求めなさい。
- 問3  $a = -1$  とします。②上に、点 B と  $y$  座標が同じで、 $x$  座標が  $t$  ( $> 0$ ) である点 C をとります。直線 OC が、 $\triangle ABC$  の面積を二等分するとき、 $t$  の値を求めなさい。計算過程も書きなさい。



### 【解答例】

#### 問 1 (3 点)

点 B の  $x$  座標は、 $y = 4x - 6$  に  $y = -14$  を代入して、 $x = -2$

B  $(-2, -14)$  となるから、 $y = ax^2$  に代入して、 $a = -\frac{14}{4} = -\frac{7}{2}$

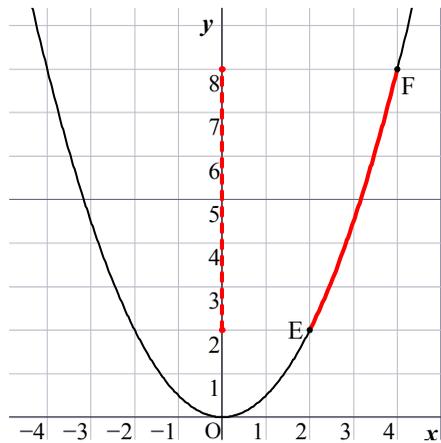
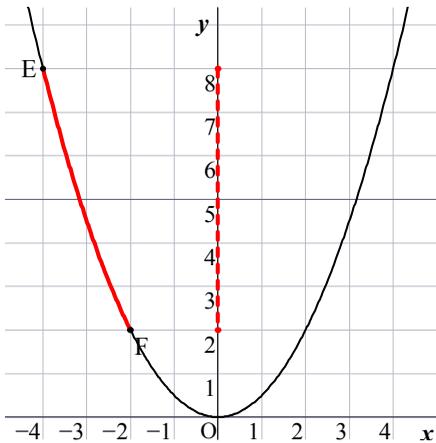
#### 問 2 (3 点)

$y = \frac{1}{2}x^2$  において、最小値 2、最大値 8 となればよいから、

最小値 2 をとる  $x$  は  $x = \pm 2$ 、最大値 8 をとる  $x$  は  $x = \pm 4$

$x$  の変域が  $b - 2 \leq x \leq b$  であるから、考えられる変域は、

$-4 \leq x \leq -2$ ,  $2 \leq x \leq 4$   $b = -2, 4$



### 【コメント】

関数の問題は作りやすいので (図が) 量産しています。問 1 は直線 AB と書くことによって「点 A 必要なのかな？」と受験生を惑わすことができます。問 2 は  $b$  の文字でやられる人多そうですが、図を書いて「 $x$  の範囲は 2 だ、この範囲で最大値 8、最小値 2.....」と簡単に考えることができれば余裕。

### 問3 (4点)

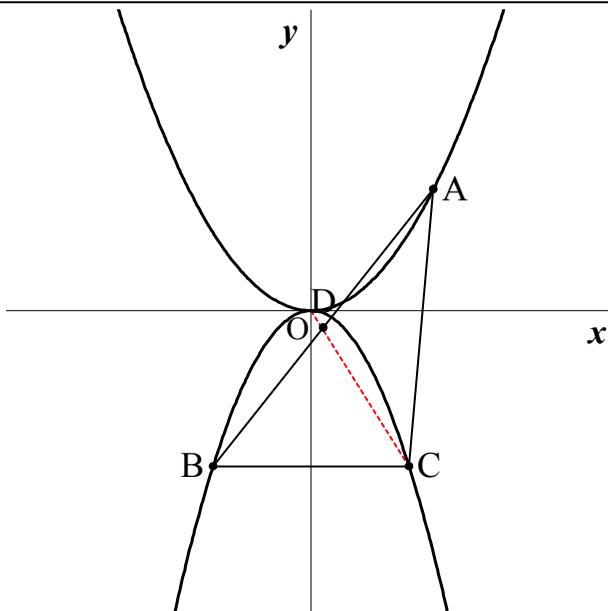
A (2, 2), B (-t, -t<sup>2</sup>), C (t, -t<sup>2</sup>) と表せる。直線 OC と直線 AB との交点を D とする。

点 D は AB の中点なので,  $D\left(\frac{2-t}{2}, \frac{2-t^2}{2}\right)$

直線 OC は, 点 D を通るので,  $OC : y = ax$  と置くと, C の座標を代入して,

$a = -t$   $y = -tx$  は, 点 D を通るので,  $\frac{2-t^2}{2} = -\frac{t(2-t)}{2}$

$t^2 - t - 1 = 0$   $t = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$   $t > 0$  なので,  $t = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$



#### 【コメント】

最近関数の問題で2次方程式解かせるのが流行っているそうです。こちらの問題も文字だらけできついでしょいうね。高校入ったら文字で数学苦手になる人続出です。

#### 【制作】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>