

整数問題と方程式

範囲：中2方程式

難易度：★★★★☆

得点

/16

出典：2017年度 札幌第一高校 追加

1個80円のりんごと1個90円の梨が売られている。りんごと梨は1個10円の箱に入れて買うこととし、1つの箱には6個まで入れることができる。

問1 りんごを（ア）個と梨を（イ）個の合わせて10個買うと、箱は2個必要で、代金は850円になる。

問2 代金が1,800円になるには、箱は最低で（ウ）個必要となり、このとき、りんごが（エ）個と梨が（オカ）個、または、りんごが（キク）個と梨が（ケ）個、または、りんごだけが（コカ）個買える。

問3 買ったりんごと梨を食べることが出来なかったので、塾の先生らに配ることにした。水曜日に出勤している先生全員に、りんごを2個、梨を1個ずつ配るとすると、梨が2個余り、土曜日に出勤している先生全員に、りんごを3個、梨を2個ずつ配るとすると、りんごと梨は1個ずつ余る。食べることができなかった、りんご、梨の数を、連立方程式を作り求めなさい。

【解答例】**問 1 (4 点)**

りんごを x 個、梨を $10-x$ 個買ったとすると、

$$80x + 90(10-x) + 20 = 850$$

$10x = 70$ $x = 7$ よって、**(ア) りんご 7 個、(イ) 梨 3 個**

問 2 (2 点×4)

高い方の梨だけを買うとすると、6 個で 540 円だから、 $540 \times 3 = 1620$ 、 $540 \times 4 = 2160$ なので、最低でも箱は **(ウ) 4** つ必要である。

箱を除いた合計代金は、1760 円となる。りんごを x 個、梨を y 個買ったとすると、 $80x + 90y = 1760$ 両辺を 10 で割って、 $8x + 9y = 176$

もちろんここからがむしやらに探してもいいが、ここで、8 と 176 は 8 の倍数である。よって、この等式が成り立つには、 y は 8 の倍数でなくてはならない。 $9y = 8(22-x)$ ※ここから、 $22-x$ は 9 の倍数でなくてはならないことも分かる。表にまとめると、

x	y
22	0
13	8
4	16

したがって、組み合わせは (りんご, 梨) = **(22, 0) (13, 8) (4, 16)** だから、**(エ) 4 (オカ) 16, (キク) 13 (ケ) 8, (コサ) 22 (シ) 0**

問3 (式2点, 答え各1点)

水曜日に出勤している人数を x 人, 土曜日に出勤している人を y 人とする。

水曜日において, りんご… $2x$ 個 梨… $x+2$ 個

土曜日において, りんご… $3y+1$ 個 梨… $2y+1$ 個

連立方程式

$$\begin{cases} 2x = 3y + 1 \\ x + 2 = 2y + 1 \end{cases} \text{ となり, これを解いて, } x=5 \quad y=3$$

よって, りんごを 10 個, 梨を 7 個食べることができなかった。

【コメント】

札幌第一高校の丁度良い方程式の文章題&整数問題に, 連立方程式の文章題 (問3) を追加しました。

問1 は第一の優しさです。第一受けるような子なら誰でも解ける。たぶん。

問2 が箱で色付けされていますが, よくある整数問題。特にテクニック知らなくても解ける程度の難易度です。

問3 は, 意外に難しい。南北高校受かるような子でも, 意外に苦戦する! ?

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>