

四角形の basic 問題

範囲：平面図形

難易度：★×4

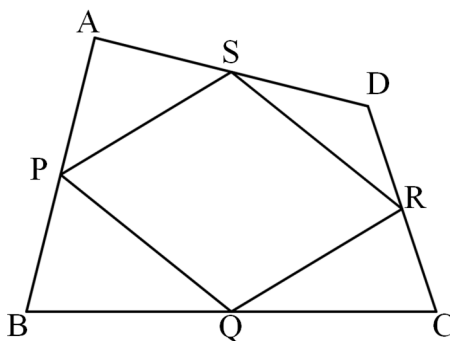
得点

/16

出典：2024 年度 北海道

図1のように、四角形 ABCD があり、辺 AB, BC, CD, DA 上の点をそれぞれ P, Q, R, S とします。亜季さんたちは、「4 点 P, Q, R, S が各辺の midpoint であるとき、四角形 PQRS は、いつでも平行四辺形になる」ということを授業で学習しました。次の問いに答えなさい。

図1



問1 亜季さんは、4 点 P, Q, R, S を各辺の midpoint としたまま、四角形 ABCD がいろいろなひし形となるように、コンピュータを使って四角形 ABCD の形を変え、四角形 PQRS の形を調べたところ、次のことがらに気づき、ノートにまとめました。

(亜季さんのノート)

四角形 ABCD がひし形ならば、四角形 PQRS はいつでも である。

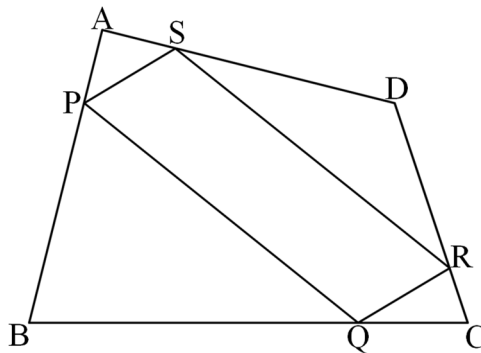
に言葉を当てはめるとき、このことがらが成り立たないものを、ア～ウからすべて選びなさい。

- ア 正方形
- イ 長方形
- ウ ひし形

問2 大地さんは、四角形 $ABCD$ の各辺における4点 P, Q, R, S のとり方に着目し、コンピュータを使って、図2のように、この4点を各辺の辺上で動かしました。

大地さんは、「 $AP : PB = CQ : QB = CR : RD = AS : SD = 1 : 3$ のとき、四角形 $PQRS$ は平行四辺形である」と予想しました。次の (1), (2) に答えなさい。

図2



- (1) 大地さんの予想が成り立つことを証明しなさい。
- (2) 四角形 $ABCD$ の対角線 BD と、線分 PQ, RS との交点をそれぞれ M, N とします。 $\triangle APS$ の面積が 3 cm^2 であるとき、四角形 $PMNS$ の面積を求めなさい。ただし、四角形 $PQRS$ は平行四辺形であることがわかっています。

【解答例】

問 1 (4 点)

成り立たないものを、ア～ウからすべて選びなさい。であることに注意。

ひし形書いて中点をとれば、すぐ答えは分かる。ア ウ

問 2 (1) (8 点)

(正答例 1)

$\triangle APS$ と $\triangle ABD$ において、 $AP : PB = AS : SD$ であるから、 $PS // BD \cdots$ ア

$\triangle CQR$ と $\triangle CBD$ において、 $CQ : QB = CR : RD$ であるから、 $QR // BD \cdots$ イ

ア、イより、 $PS // QR \cdots$ ①

アより、 $PS : BD = AP : PB = 1 : 4$ であるから、 $PS = \frac{1}{4}BD \cdots$ ウ

イより、 $QR : BD = CQ : CB = 1 : 4$ であるから、 $QR = \frac{1}{4}BD \cdots$ エ

ア、エより、 $PS = QR \cdots$ ②

①、②より、1組の対辺が平行で長さが等しいので、四角形 PQRS は平行四辺形である。

(正答例 2)

$\triangle APS$ と $\triangle ABD$ において、 $AP : PB = AS : SD$ であるから、 $PS // BD \cdots$ ア

$\triangle CQR$ と $\triangle CBD$ において、 $CQ : QB = CR : RD$ であるから、 $QR // BD \cdots$ イ

ア、イより、 $PS // QR \cdots$ ①

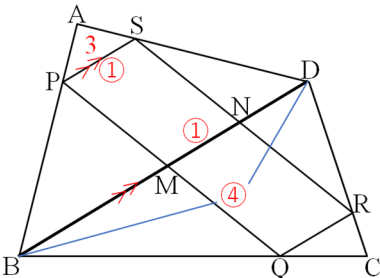
$\triangle BPQ$ と $\triangle BAC$ において、 $BP : PA = BQ : QC$ であるから、 $PQ // AC \cdots$ ウ

$\triangle DSR$ と $\triangle DAC$ において、 $DS : SA = DR : RC$ であるから、 $SR // AC \cdots$ エ

ウ、エより、 $PQ // SR \cdots$ ②

①、②より、2組の対辺がそれぞれ平行なので、四角形 PQRS は平行四辺形である。

問 2 (2) (4 点)



$\triangle APS \sim \triangle ABD$ ，相似比 $1 : 4$ だから、面積比 $1 : 16$

$\triangle ABD = 48$ となる。

平行四辺形 PMNS は、 $\triangle ABD$ に比べて底辺の長さが $1/4$ 、

高さが $3/4$ なので、

$$48 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times 2 = 18 \text{ cm}^2$$

※塾・教育関係者が、私の作成した PDF・画像をネット(Twitter など)上に無断転載することを固く禁じます。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>

【コメント】

2024年度の北海道の数学の問題は、かなり易しくて数学得意な受験生にとっては可哀想な入試でした（数学易しい分、国語、社会、理科がかなり厳しかったです）。……問題は易しいのですが、記述でやられた受験生は多そうです、記述問題多いですよ。

札幌市内の中学校の定期テストでも、これより難しい問題出ているんじゃないでしょうか？

定期テストレベル……とは言っても、問1は地味に引っかかっている子多そうです。問2(1)も教科書によく載っている問題ですが、地味にできなかった子は多そうです。TOP層は余裕で解かなくてはなりませんね。

問2(2)も、2011年ぐらいまでは当たり前のように標準問題でも出題されていた問題です。本来全員が解けなくてはなりません。どうでしょう、私は意外に正答率高いと睨んでいます。20%くらい？現実には5%とかでしょうが……。