平面図形難問の練習問題		
範囲：中 3 平面図形	難易度：★★★★☆	得点　　　　/17

出典：2014 年度　立教新座高校

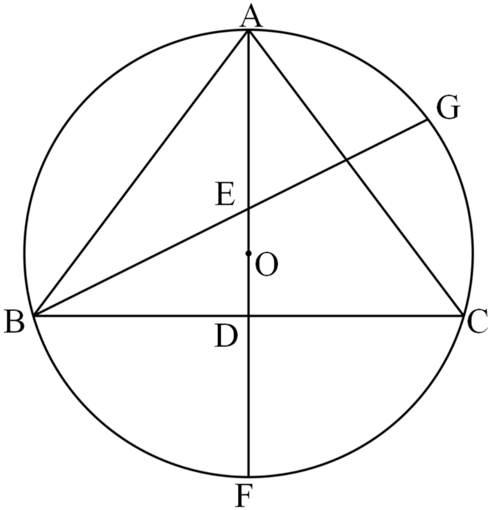
図のように，AB＝AC＝10 cm，BC＝12 cm の二等辺三角形 ABC が，円 O に内接しています。∠A の二等分線と BC との交点を D，∠B の二等分線と AD の交点を E とします。また，直線 AD，BE と円 O との交点をそれぞれ F，G とします。次の問いに答えなさい。

(1) 円 O の半径を求めなさい。

(2) FD：DE を求めなさい。

(3) BE：EG を求めなさい。

(4) 四角形 BFCG の面積を求めなさい。



【解答例】

（1）（5 点）

二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分するから，BD＝6 cm

△ABD で三平方の定理より，$AD=\sqrt{100-36}=8$ cm

OA＝x cm とすると，OD＝8－x cm

△OBD で三平方の定理より，$x^2=36+(8-x)^2$

これを解いて，$x=\dfrac{25}{4}$　半径は $\boldsymbol{\dfrac{25}{4}}$ **cm**

（2）（4 点）

$FD=\dfrac{25}{2}-8=\dfrac{9}{2}$ cm　$BD:DA=DE:EA$ より(角の二等分線公式)

$3:5=DE:EA$ だから，$DE=3$ cm　$FD:DE=\dfrac{9}{2}:3=\mathbf{3:2}$

（3）（4 点）

△BDE で三平方の定理より，$BE=\sqrt{36+9}=3\sqrt{5}$ cm

△BEF∽△AEG より，BE：AE＝EF：EG

$3\sqrt{5}:5=\dfrac{15}{2}:EG$　$EG=\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$ cm　$BE:EG=3\sqrt{5}:\dfrac{5\sqrt{5}}{2}=\mathbf{6:5}$

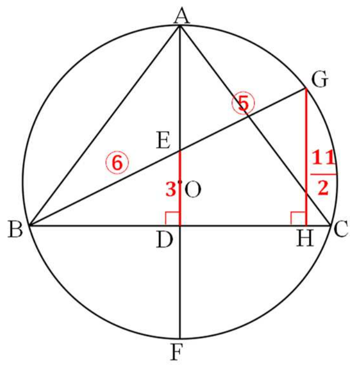
（4）（4 点）

四角形 BECG＝△GBC＋△FBC

G から BC に垂線を下ろし交点を H とする。

BE：BG＝ED：GH より，

$6:11=3:GH$　$GH=\dfrac{11}{2}$ cm



$\triangle GBC=\dfrac{1}{2}\times 12\times\dfrac{11}{2}=33\text{ cm}^2$

$\triangle FBC=\dfrac{1}{2}\times 12\times\dfrac{9}{2}=27\text{ cm}^2$　四角形 BECG $=33+27=$ $\mathbf{60\ cm^2}$

【コメント】

　平面図形難問の練習に丁度良い問題です。誘導も丁寧なので難なく解くことが出来ます。円と三平方の定理，角の二等分線公式，相似，都合のよい補助線の引き方……など，難問を解く上で必要な技術が一通り習得できます。

　ただ，この立教新座高校の場合，★×4～★×6 ぐらいの問題が容赦なく大量に押し寄せてくるので，時間との闘い，本番満点取るのは至難の業です。

【作成】　高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/