

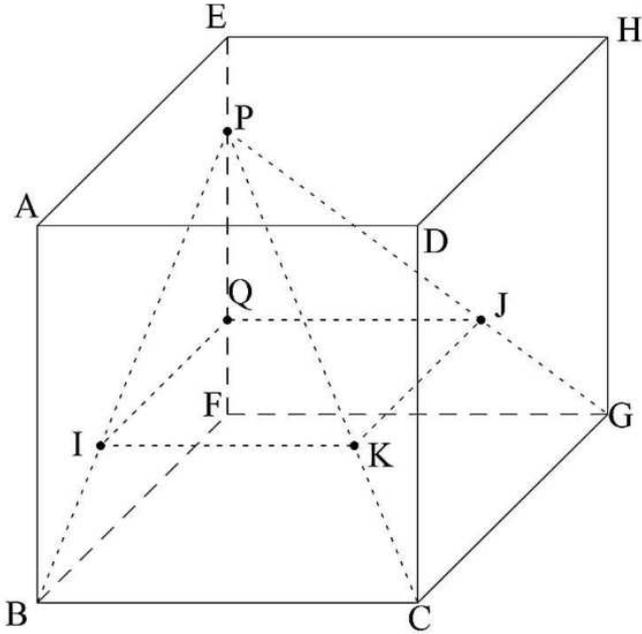
立体線分比

範囲：中3空間図形

難易度：★★★★☆

得点 _____ /8

1辺が6 cm の立方体 ABCD-EFGH があります。線分 EF 上に、 $PQ=2x$ cm となる点 P, $QF=x$ cm となる点 Q を取ります。点 Q を通り、正方形 BCGF と平行な平面と、辺 PB, 辺 PG, 辺 PC との交点をそれぞれ点 I, 点 J, 点 K とします。次の問いに答えなさい。



(1) 立方体 ABCD-EFGH の体積 V が、立体 QIKJ-FBCG の体積 W の 5 倍となるとき、 x の値を求めなさい。

(2) x を $0 \leq x \leq 2$ の変域で変化させます。このとき、線分 DK が動いてできる図形の面積を求めなさい。ただし、 $x=0$ のとき、点 K は、正方形 BCGF の内部にあり、 $CK : KF = 1 : 2$ となる位置にあります。

立体線分比 解答例

範囲：中3空間図形

難易度：★★★★☆

(1) (5点)

体積比，立体 P-QIKJ : 立体 P-FBCG

$$= (2x)^3 : (3x)^3 = 8x^3 : 27x^3 = 8 : 27 \text{ なので, 【1点】}$$

$$W : \text{立体 P-FBCG} = 19 : 27 \quad \text{【1点】}$$

$V = S \times 6$ と表すと,

立体 P-FBCG

$$= S \times 3x \times \frac{1}{3} = Sx \quad \text{よって, } W = \frac{19}{27} Sx \quad \text{【1点】}$$

$5W = V$ だから,

$$\frac{95}{27}x = 6 \quad \text{【1点】} \quad x = \frac{162}{95} \quad \text{【1点】}$$

(2) (3点)

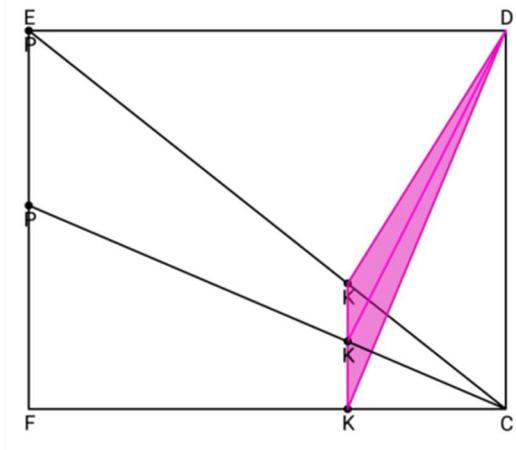
長方形 EFCD を考える。

常に K は, $CK : KP = x : 2x = 1 : 2$ を維持しながら動く。よって, 以下のように動く。

底辺 2 cm, 高さは

$$6\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{2} \text{ cm なので, 求める面積は,}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}^2$$



【コメント】

私が作成した平成 30 年度の予想問題から抜粋。自分で作っておいて自分で好きな問題です。

<https://hokkaimath.jp/blog-entry-47.html>

(1) は, よくある相似の体積比を利用する問題。見ただ目難しそうですが, 案外皆解けてる印象。(札幌北とか月寒受ける子)

(2) は, 正方形 $1 : \sqrt{2}$ は今年度の範囲が削除された入試でもルール違反とならないので, 出題される可能性はあります。立体をいかに平面で考えるかが大事です。計算も面倒くさくないので, ちょうどよい問題。

【作成】

高校入試 数学 良問・難問

<https://hokkaimath.jp/>