やや難しい問題たち		
範囲：小問集合	難易度：★★★★☆	得点　　　　/40

出典：2021 年　私立白陵高校

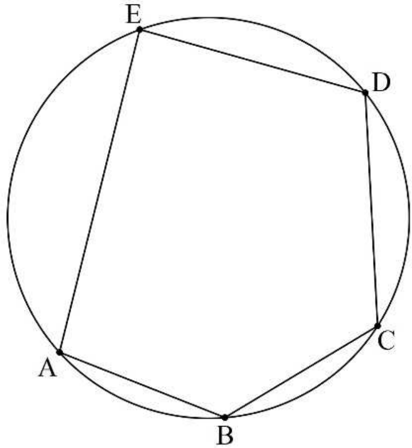
次の$\boxed{}$をうめよ。

(1)　$4x^2-9y^2+18y-9$　を因数分解すると$\boxed{}$である。

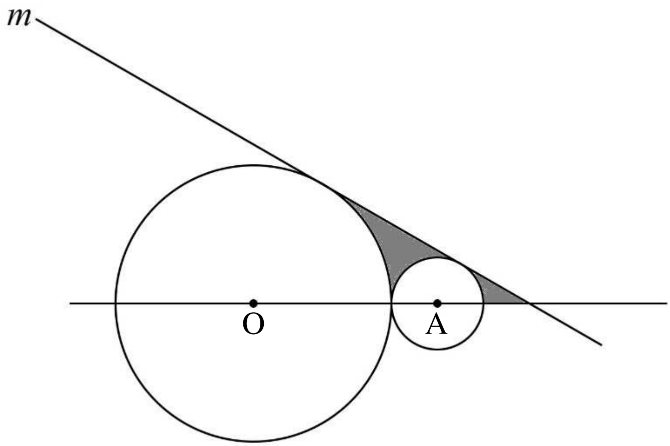
(2)　連立方程式$\begin{cases}\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}=1\\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{3y}{5}=2\end{cases}$　の解は　$x=\boxed{}$，$y=\boxed{}$である。

(3)　正方形 X の 1 辺の長さを 4 大きくしてできる正方形の面積は，正方形 X の 1 辺の長さを 1 大きくしてできる正方形の面積の 3 倍より 15 だけ小さくなる。この正方形 X の 1 辺の長さは$\boxed{}$である。

(4)　AB＝BC, CD＝DE の 5 角形 ABCDE が図のように円に内接している。
∠ACE＝50° のとき，∠BCD＝$\boxed{}$° である。



(5)　図のように, 中心が O で半径が 3 の円と中心が A で半径が 1 の円が接していて，直線 m は 2 つの円に接している。このとき，図の網掛け部分の面積は$\boxed{}$である。



【解答例】

（1）**<u>Point　2乗−2乗の形に持っていく！</u>**

$4x^2-9y^2+18y-9$

$=4x^2-9\left(y^2-2y+1\right)$

$=4x^2-9(y-1)^2$　（※）

$=\left(2x+3(y-1)\right)\left(2x-3(y-1)\right)$

$=\mathbf{(2x+3y-3)(2x-3y+3)}$

（※）

$2x$＝A，3(y−1)＝B と置くと，

$4x^2-9(y-1)^2$

$=\mathrm{A}^2-\mathrm{B}^2$

$=(\mathrm{A}+\mathrm{B})(\mathrm{A}-\mathrm{B})$

（2）

$$\begin{cases}\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}=1\ldots① \\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{3y}{5}=2\ldots②\end{cases}$$

①−②で，$\dfrac{4}{5}y=-1$　$\boldsymbol{y=-\dfrac{5}{4}}$

①に代入し，$\dfrac{x}{3}+\dfrac{1}{5}\times\left(-\dfrac{5}{4}\right)=1$　$\dfrac{x}{3}-\dfrac{1}{4}=1$　$\boldsymbol{x=\dfrac{15}{4}}$

※　$\dfrac{y}{5}$は，$\dfrac{1}{5}\times y$とみると，中学生には代入しやすくなる。

（3）

正方形 X の一辺の長さを x とする。

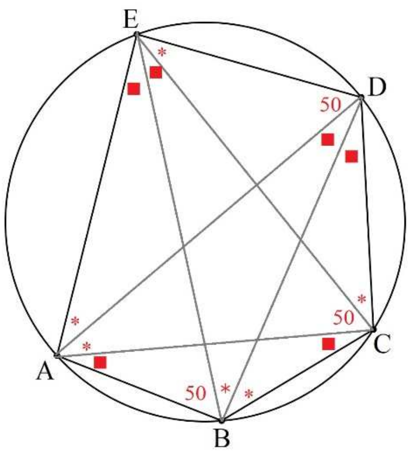
$(x+4)^2=3(x+1)^2-15$

$x^2+8x+16=3x^2+6x+3-15$

$2x^2-2x-28=0$　$x^2-x-14=0$

$x>0$ より，$x=\dfrac{1+\sqrt{57}}{2}$　$\boldsymbol{\dfrac{1+\sqrt{57}}{2}}$

(4)

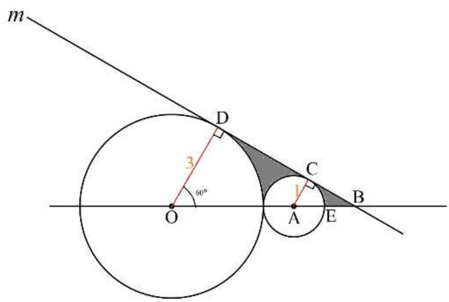


∠BCA＝■，∠DCE＝*
とし，円周角の定理や二等辺三角形の底角の性質を使って同じ角度を書き込んでいく。

すると，円周角は 1 周すると 180°になるので，
$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角■
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角■
…$\overset{\frown}{EA}$に対する円周角 50

これらを足し合わせると，2■＋2*＋50＝180　すなわち，■＋*＝65
よって，∠BCD＝50＋65＝**115°**

(5)



右図で△BAC∽△BOD より，
BA：BO＝AC：OD　BE＝x とし，
$(x+1):(x+5)=1:3$　x＝1
△BAC は BA＝2，AC＝1，
∠BCA＝90°なので，∠BAC＝60°となる。同様に，∠BOD＝60°よって，
網掛け部分の面積は，△BOD－半径 1 の半円－半径 3 の中心角 60°の扇形

$$=\frac{1}{2}\times 3\times 3\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}-\frac{3\pi}{2}=\boldsymbol{\frac{9\sqrt{3}}{2}-2\pi}$$

【コメント】

私立難関高校らしい，難しい小問集合ですが，教科書改訂により平気でこの難易度の問題が定期テストに出るらしいです。ということは，公立入試でも平気で出てくる！？

【制作】高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/