

想像しづらい軌跡 (GIF 付)

範囲：平面図形

難易度：★×5

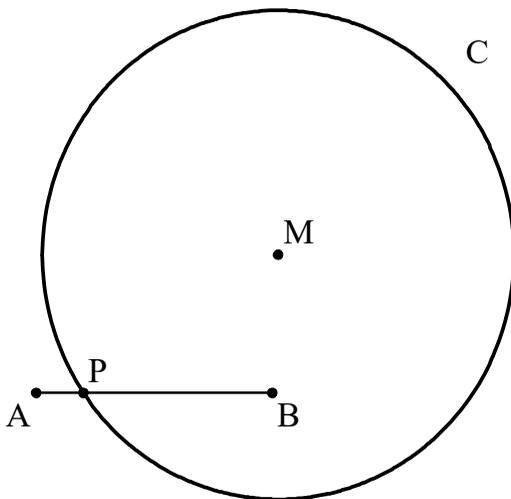
得点

/15

出典：2021 年度 東大寺学園高校

図のように、平面上に長さが 1 の線分 AB と、半径が 1 で中心を M とする円 C 、および線分 AB 上の点 P がある。この平面上で円 C の周が点 P を通るように円 C を動かすとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 P が (1) の解答欄の図の位置にあるとき、点 M が動いてできる図形を、定規、コンパスの両方またはいずれか一方を用いて作図せよ。
- (2) 点 P が線分 AB 上を A から B まで動くとき、(1) の図形が通過する部分の面積を求めよ。



【ヒント】

(1) 「この平面上で円 C の周が点 P を通るように円 C を動かすとき」こんな風に動きます（ほぼ答え，左下の再生ボタンを押してください）。

<https://www.geogebra.org/graphing/gxan3at4>

または，「GRAPES」をインストールして，これを DL して適当にいじってみてください（ひとまず， t をいじってみて）。こちらの方が見やすい。sin, cos の復習にもなります。PC or iPad で動くはず。

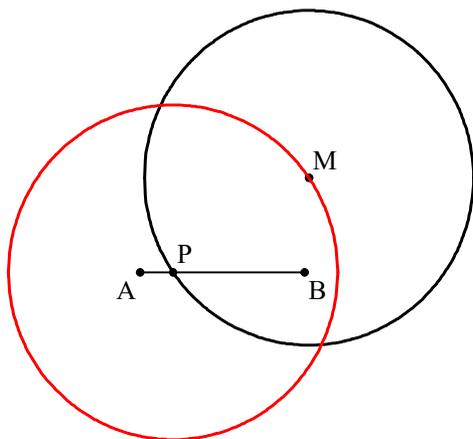
<https://drive.google.com/file/d/1zb7E9Q69In1QmCkZ8wymolSFkzVevFHb/view?usp=sharing>

(2) は要注意。

【解答例】

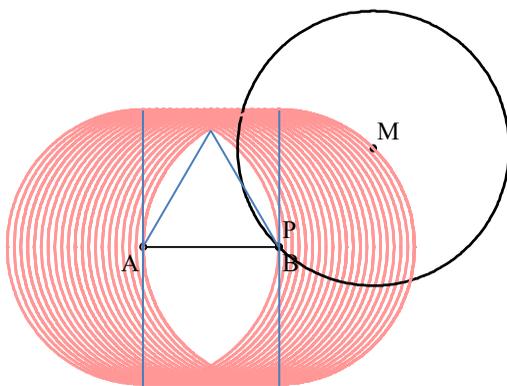
(1) (8点)

点Pを中心とする半径1の円となる。



(2) (7点)

要注意! : 真ん中は通過しない!



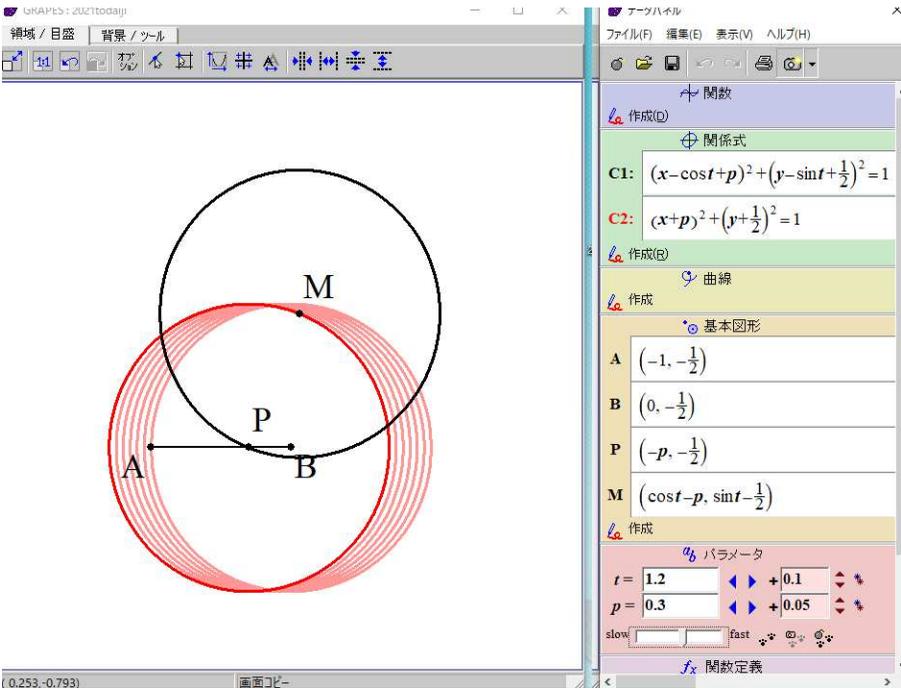
半径1の円+縦2横1の長方形から、真ん中の部分を引く。

真ん中の部分は、 $2 \times (2 \times \text{半径} 1 \text{ 中心角 } 60^\circ \text{ の扇形} - 1 \text{ 辺} 1 \text{ の正三角形})$ なの

$$\text{で、 } \pi + 2 - 2 \times \left(2 \times \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{\pi}{3} + 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

【コメント】

最近流行りの ICT なんちゃらを有効活用できそうな問題です。楽しそうですね。



t をいじると点 M がグルグル回り， p をいじると点 P が動きます。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>