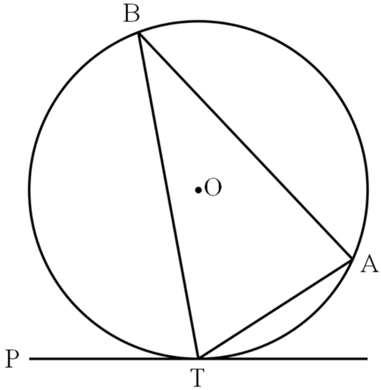
接弦定理（のりのりまさのり４）		
範囲：中 3 図形	難易度：★★★☆☆	得点　　　　　/18

出典：2014 年度開成高校大問２

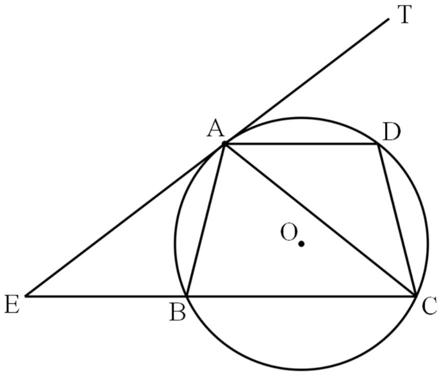
中心が点 O の円周上の点 T を通る接線 PT を引く。この円周上に点 T と異なる 2 点 A，B を図のようにとるとき，∠BTP＝∠BAT であることを証明せよ。

ヒント：点 O

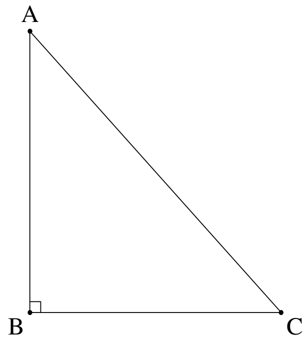


出典：1987 年度北海道大問４

問 1　右の図のように，台形 ABCD が円 O に内接しています。点 A における円 O の接線 AT と，辺 CB の延長との交点を E とするとき，△AEB∽△ACD を証明しなさい。

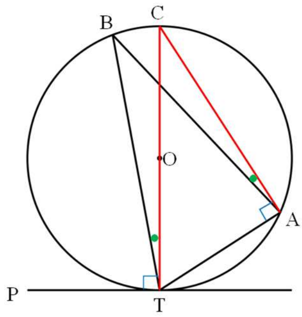


問 2　右の図のような直角三角形 ABC があります。AC＝6 cm，BC＝4 cm で，∠B が直角です。辺 AB を軸として，この△ABC を 1 回転して作った回転体の表面積を求めなさい。ただし，円周率は π を用いなさい。



【解答例】

（開成高校）（10 点）



円周上に点 C を, TC が直径となるようにとる。

$\overset{\frown}{TC}$に対する円周角だから，$\angle CAT = 90^\circ$

円の接線は，接点を通る直径に垂直なので，

$\angle CTP = 90^\circ$

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角だから，$\angle BTC = \angle BAC$

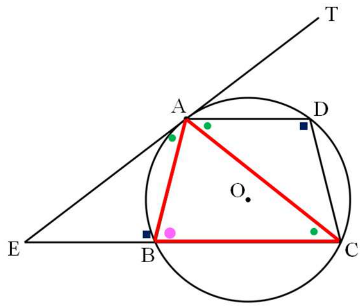
また，$\angle BTP = 90^\circ - \angle BTC$

$\angle BAT = 90^\circ - \angle BAC$

よって，$\angle BTP = \angle BAT$

昔は中学範囲だった「接弦定理」を証明させる問題。昔は中学範囲なので，この接弦定理を用いた証明問題なんかも以下のように出題されていた！

（北海道問 1）（5 点）



$\triangle AEB$ と$\triangle ACD$ において，

$\angle ACB = \angle EAB$（接線と弦の作る角）

$\angle ACB = \angle CAD$（平行線の錯角）

ゆえに，$\angle EAB = \angle CAD$…①

また，$\angle ABE = \angle ADC$（円に内接する四角形の角）…②　**（※1，2）**

①, ②より 2 組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AEB \backsim \triangle ACD$

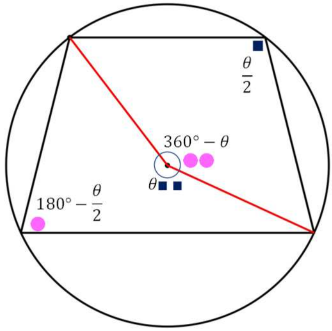
（北海道問 2）（3 点）

底面の円の半径が 4 cm，母線の長さが 6 cm の円錐の表面積を求めればよい。**40π cm^2**

（※1）

円に内接する四角形の対角の和は 180°

（●＋■＝180°）



こちらも発展内容だった気がする！すぐ分かることだから消さなくても良かったのに！

（※2）円に内接する台形は必ず等脚台形！

今の中学生は，等脚台形，凧形四角形なんて名前は覚えていないと思われるが，知っておいてそこまで損はない！？

等脚台形の問題の例

2015 年立川高校など：https://hokkaimath.jp/blog-entry-30.html

私のオリジナル：https://hokkaimath.jp/blog-entry-115.html

凧形四角形の問題の例

2011 年桐朋高校：https://hokkaimath.jp/blog-entry-271.html

2010 年北海道：https://hokkaimath.jp/blog-entry-126.html

【コメント】

接弦定理，今は高校数学 A で習いますね。中学校の教科書にも，発展内容として載っていた気がします。発展内容なので，北海道問 1 のように証明で出題することは厳しいですが，開成高校のようにそれ自体を証明させるのは何ら問題ない気がします。後，知っておいて損はないです，大分昔は中学範囲だったし，そんなに覚えるのに労力もいらない。

【作成】　高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/