

立体における交点 2

範囲：

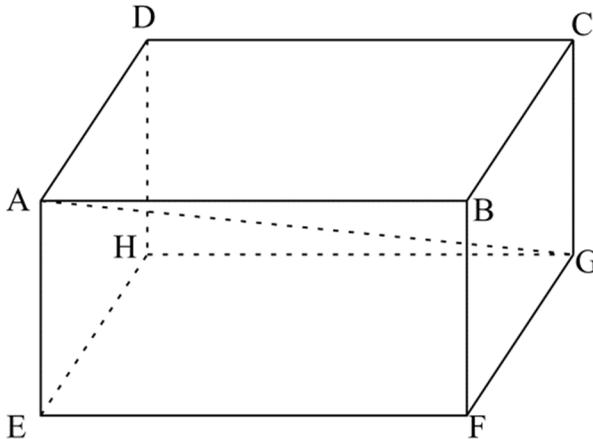
難易度：★★★☆☆

得点

/15

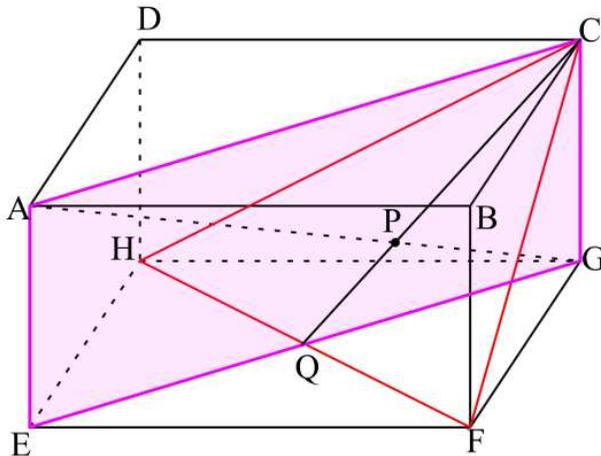
出典：2019 年度 四天王寺高校

図のように、 $AB=2\text{ cm}$ 、 $AD=AE=1\text{ cm}$ の直方体 $ABCD-EFGH$ があり、点 P が対角線 AG 上にあります。



- (1) $AP : PG = 3 : 1$ となるとき、四角すい $P-EFGH$ の体積を求めなさい。
- (2) 線分 CP の長さが最小になるとき、線分 CP の長さを求めなさい。
- (3) 点 P が平面 CHF 上にあるとき、線分 CP の長さを求めなさい。

(3) (5点)



点 P は、 $\triangle ACG$ 上にある、すなわち、平面 $ACGE$ 上にあるから、点 P は、平面 $ACGE$ と平面 CHF の交線上にある。よって、 HF と EG との交点を Q とすると、点 P は、 CQ と AG との交点となる。

$\triangle ACP \sim \triangle GQP$ ，相似比 $2 : 1$ ，

$$CQ = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{5}{4} + 1} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

$$CP = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \mathbf{1 \text{ cm}}$$

【コメント】

空間図形を解く上で、いかに平面だけを切り取るか、その練習に丁度良い問題だと思われます。切り取ることができれば、ただでさえ空間図形は難しいので、計算は楽なことが.....最近はどうでもないか。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>