

プログラム規則性

範囲：規則性と関数

難易度：★★★★★

得点

17

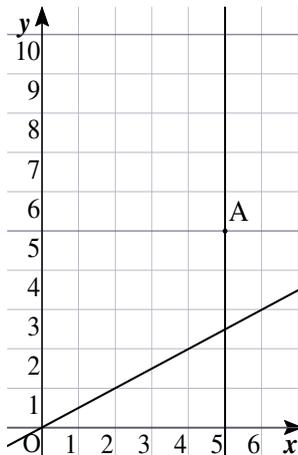
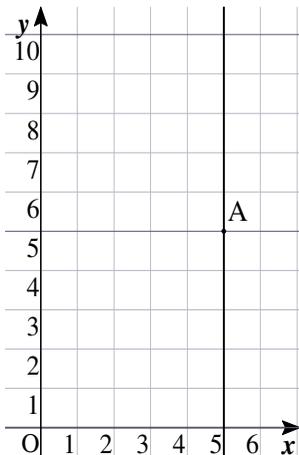
出典：オリジナル

下の図のように、点 A (5, 5) があります。A は、 $x=5$ ($0 \leq y \leq 10$) 上を次のように動きます。

- 1, 1 秒間当たり, y 座標を, 1 ずつ上昇させ移動する。
- 2, y 座標が 10 になったら, 以後は 1 秒間当たり, y 座標を 1 ずつ減少させ移動する。
- 3, 2 を続けて, y 座標が 0 になったら, 1 に戻る。以後, 1 ~ 3 を繰り返す。

さらに, 以下のように, 直線を引きます。

- 1, $y = \frac{1}{2}x + b$ の直線 l を引く。0 秒では $b = 0$ である。
- 2, b の値は, 1 秒間当たり 1 ずつ上昇する。
- 3, b の値が 10 になったら, 以後は 1 秒間当たり, b の値を 1 ずつ減少させる。
- 4, 3 を続けて, b が 0 になったら, 2 に戻る。以後, 2 ~ 4 を繰り返す。



(1)

2019 秒後の, A の y 座標を求めなさい。

(2)

2019 秒までに, 点 A が直線 l 上の点になる回数を求めなさい。

【解答例】

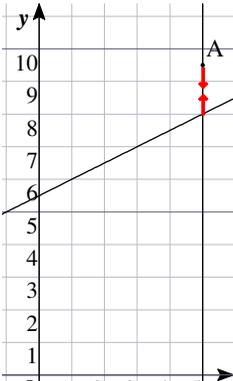
(1) (3点)

地道に数える。

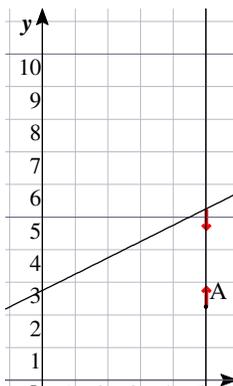
5秒で10, 15秒で0, 35秒で0, 55秒で0, ……,

2015秒で0, 2019秒では **4**

(2) (4点)



最初に直線 l 上の点になるのは、5秒～15秒の A が下がり (y座標が下がり)、直線 l が上がっているとき。



次に直線 l 上の点になるのは、15秒～25秒の、A が上がり (y座標が上がり)、直線 l が下がっているとき。

これを繰り返していくと、25～35秒で1回、35～45秒で1回……と、5秒～2015秒の2010秒で、 $2010 \div 10 = 201$ 回点 A は直線 l 上の点になる。

2015秒～2025秒では、(1)より点 A は上がり、直線 l は下がるので、2015秒から t 秒後に直線 l 上の点になるとすると、

$$\text{直線 } l \text{ は } y = \frac{1}{2}x + 5, \quad x = 5 \text{ を代入し } y = \frac{15}{2} \text{ となるので } t = \frac{15}{2} - t \quad t = \frac{15}{4}$$

これは4より小さいから、2015秒から2019秒の間に1回、点 A は直線 l 上の点になる。したがって、 $201 + 1 = \mathbf{202}$ 回

【コメント】

昔，とにかく難しい問題を作ろうと思って作った問題です。作った当時は，何て酷い問題だと思っていましたが，冷静に考えたらそうでもないですね。(2) 201 回までは余裕で数えられるので，残り 1 回だけしっかり計算すれば余裕ですね。

ちなみに Fortran という化石言語でこの回数を求めるプログラム作ってみました。ブログに載せてあります。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>