

## 素因数分解

範囲：素因数分解

難易度：★×4

得点

17

出典：2015年度 佐賀県

2けたの正の整数  $X$  と  $Y$  がある。整数  $X$  は十の位の数  $a$ 、一の位の数  $b$  であり、整数  $Y$  は、十の位の数  $b$ 、一の位の数  $a$  である。ただし、 $a < b$  とする。このとき、次の (1) ~ (4) に答えなさい。

- (1) 2つの整数  $X$  と  $Y$  の積  $XY$  を  $a$ 、 $b$  を用いて表しなさい。
- (2)  $ab=6$ 、 $a^2+b^2=37$  のとき、積  $XY$  の値を求めなさい。
- (3) (2) のとき、整数  $X$  を求めなさい。
- (4) 積  $XY$  が 2268 のとき、整数  $X$  を求めなさい。

**【解答例】**

(1) (1点)

$$XY = (10a + b)(10b + a) = \mathbf{101ab + 10a^2 + 10b^2}$$

(2) (2点)

$$XY = 101ab + 10(a^2 + b^2) = 101 \times 6 + 10 \times 37 = 606 + 370 = \mathbf{976}$$

(3) (2点)

$$XY = 976 = 2^4 \times 61, \quad a < b \text{ より } X < Y \text{ だから, } \mathbf{X = 16} \text{ (} Y = 61 \text{)}$$

(4) (2点)

$$2268 = 2^2 \times 3^4 \times 7$$

7 が大きいので、素因数に 7 を含む 2 けたの整数を考える。

	入れ替えた数
$7 \times 2 = 14$	41
$7 \times 3 = 21$	12
$7 \times 2^2 = 28$	82
$7 \times 2 \times 3 = 42$	$24 = 2^3 \times 3$
$7 \times 3^2 = 63$	$36 = 2^2 \times 3^2$
$7 \times 2^2 \times 3 = 84$	$48 = 2^4 \times 3$

41, 12, 82 は 3 の倍数ではないので一瞬で違うかと判断する (※)  
24, 36, 48 のうち、36 が条件を満たす。

$X < Y$  なので,  $\mathbf{X = 36}$

(※) 各位の数の和が 3 の倍数であれば、その数は 3 の倍数

(例) 765 は、 $7+6+5=18$  と各位の数の和が 3 の倍数なので、765 は 3 の倍数

**【コメント】**

(3) までは余裕で解けるでしょう。(4) は素因数分解が結構難しいですね。正しく計算できるか。素早い計算能力が必要です。

**【作成】** 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>