

## かなり解法を迷う確率

範囲：確率

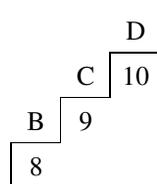
難易度：★×7

得点

/10

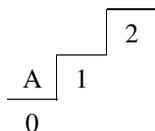
出典：2023 年度 関西学院高等部

右図のような階段を、P 君は A を出発し、次の 3 通りの方法を用いて D まで移動する。



- ① 1 段ずつ上る。
- ② 1 段とばしで上る。
- ③ 2 段とばしで上る。

③は連続で用いることはできず、



3 通りの方法の中で用いないものがあったとしても構わない。このとき、1 歩目に③を用いた上り方は何通りあるか。ただし、B の位置に来たときは③を用いることはできず、C の位置に来たときは必ず①を用いることとする。

(注意) 採点の対象となるので途中経過も必ず書くこと



### 【解答例 1】

1 歩目に③を用いるので、残りは4~10の7段となる。

①を  $x$  回、②を  $y$  回、③を  $z$  回用いるとすると、 $x+2y+3z=7$

③は2回用いることができないので、 $z=0, 1$

以下、○○○の並べ方を○○○と表す。

(1)  $z=0$  の場合、 $x+2y=7$

$(x, y) = (1, 3) (3, 2) (5, 1) (7, 0)$

(1, 3) の場合、①②②② 4 通り

(3, 2) の場合、①①①②② 10 通り

※ (①①①②② で 6 通り、②①①①② で 4 通り)

(5, 1) の場合、①①①①①② 6 通り

(7, 0) の場合、①①①①①①① 1 通り

(2)  $z=1$  の場合、 $x+2y=4$

$(x, y) = (0, 2) (2, 1) (4, 0)$

(0, 2) の場合、②②③ 2 通り

(2, 1) の場合、①①②③ 6 通り、②①①③ 3 通り 計 9 通り

(4, 0) の場合、①①①①③ 4 通り

(1), (2) より、合計  $4+10+6+1+2+9+4=36$  通り

### 【ありそうな質問】

Q1) ①②②② なぜ4通りとすぐ分かる？

A1) ○○○○ の中で①の入り方は4通りである。①さえ決めれば、②は自動的に決まるので、すぐ4通りと分かる。

Q2) ①①②② なぜ6通り？

A2) 1 つめを①とすると、考えるのは、①○○○ 残りの○の中で、①の入り方は3通りとすぐ分かる。同様に②○○○ も3通り。

または、 $\frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 6$  通りとしてももちろん良い。

Q3) ①②③ なぜ6通り？ A3) 樹形図描くか、 $3!=6$  通り

※塾・教育関係者が、私の作成したPDF・画像をネット(Twitter など)上に無断転載することを固く禁じます。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>

## 【解答例 2】

募集中

## 【コメント】

解答例 1 で解きましたが「中学生らしくないなあ」と思いました。高校の定期テストで出題されても正答率低いと思います。それとも有名な解法あるのでしょうか、誰か教えてください。

「採点の対象となるので途中式」とありますが、果たしてちゃんと途中式書ける中学生、どのくらいいたのでしょうか……。最後の問題ですし、諦めた方が良さそうです。

場合分けは面倒ですが、並べ方、階乗の良い練習とはなりますね。誘導付けたら公立高校でも出題できそう。