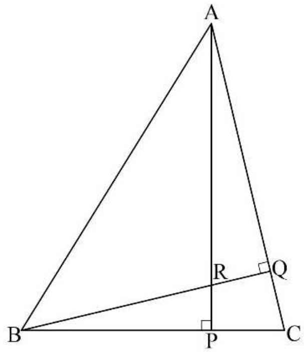
45		
範囲：中2図形	難易度：★★★★☆	得点　　　　　/8

出典：2002年度茨城県　改題

下の図のように，∠BAC＝45°の△ABCがあります。頂点Aから辺BCに垂線を引き，辺BCとの交点をPとします。頂点Bから辺ACに垂線を引き，辺ACとの交点をQとします。線分APと線分BQの交点をRとします。次の問いに答えなさい。



（1）△ARQ≡△BCQを証明しなさい。

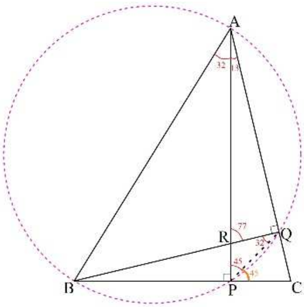
（2）∠ARQ＝77°のとき，∠CPQの大きさを求めなさい。

【解答例】

（1）（5 点）

$\triangle ARQ$ と $\triangle BCQ$ において，
仮定より，$\angle AQR = \angle BQC = 90°$ …① 【1 点】
$\angle QAB = 45°$ より，$\angle QBA = 180° - 135° = 45°$ だから，
$\triangle QAB$ は直角二等辺三角形である。したがって，$AQ = BQ$…② 【2 点】
また，$\angle RAQ = 90° - \angle ACB$，$\angle CBQ = 90° - \angle ACB$ であるから，
$\angle RAQ = \angle CBQ$…③ 【1 点】
①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
$\triangle ARQ \equiv \triangle BCQ$ 【1 点】

（2）（3 点）



$\angle ARQ = 77°$ より，$\angle RAQ = 13°$
$\angle QAB = 45° - 13° = 32°$
円周角の定理の逆より，4 点 A，B，P，Q は同一円周上にある。
$\angle RQP = 32°$，$\angle RPQ = 77° - 32° = 45°$
$\angle CPQ = 90° - 45° =$ **45°**
※ちなみに，$\triangle CAB \backsim \triangle CPQ$

似た問題：2013 年度立川高校　https://hokkaimath.jp/blog-entry-28.html

【コメント】

（1）は 45° を巧みに利用する証明，なかなか見ないですね。（2）は付け加え問題。まさかの円周角です。今年範囲から削除されていないなら要注意です。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問
https://hokkaimath.jp/