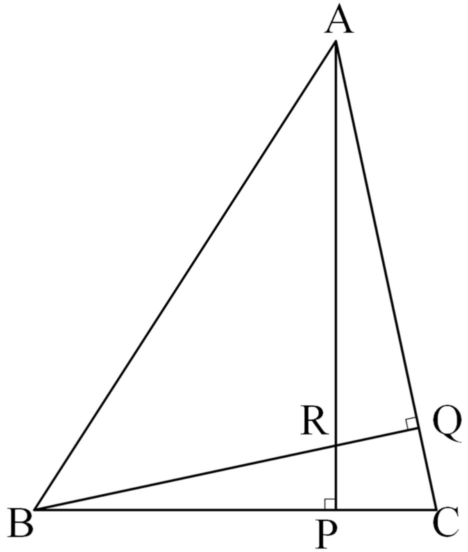
45		
範囲：中 2 図形など	難易度：★★★★☆	得点　　　　　/8

出典：2002 年度　茨城県　改題

下の図のように，∠BAC＝45° の△ABC があります。頂点 A から辺 BC に垂線を引き，辺 BC との交点を P とします。頂点 B から辺 AC に垂線を引き, 辺 AC との交点を Q とします。線分 AP と線分 BQ の交点を R とします。次の問いに答えなさい。



（1）△ARQ≡△BCQ を証明しなさい。

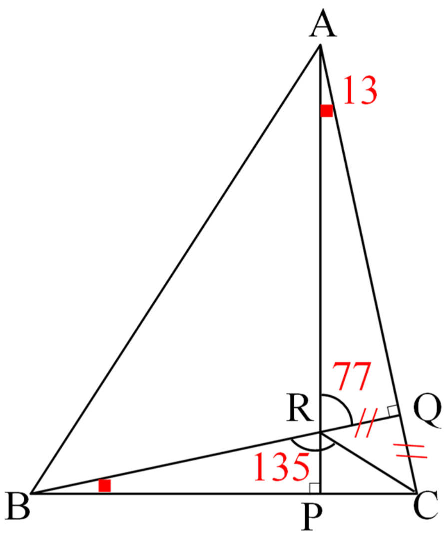
（2）∠ARQ＝77° のとき，∠PCR の大きさを求めなさい。

【解答例】

(1)（5 点）

△ARQ と△BCQ において,
仮定より, ∠AQR＝∠BQC＝90° …①【1 点】
∠QAB＝45° より, ∠QBA＝180° −135° ＝45° だから,
△QAB は直角二等辺三角形である。したがって, AQ＝BQ…②【2 点】
また, ∠RAQ＝90° −∠ACB, ∠CBQ＝90° −∠ACB であるから,
∠RAQ＝∠CBQ…③【1 点】
①, ②, ③より, 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから,
△ARQ≡△BCQ【1 点】

(2)（3 点）



∠APB＝∠AQB＝90° なので, 円周角の定理の逆より, 4 点 A, B, P, Q は同一円周上にある。
∠PAQ＝90° −77° ＝13° より,
∠PBQ＝13°
（1）より, RQ＝CQ, また
∠RQC＝90° より△RQC は直角二等辺三角形となるから,
∠QRC＝45°
∠BRC＝180° −45° ＝135°
∠PCR＝180° −135° −13° ＝**32°**

【コメント】

（1）は 45° を巧みに利用する証明, なかなか見ないですね。(2）は付け加え問題。まさかの円周角です。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 https://hokkaimath.jp/