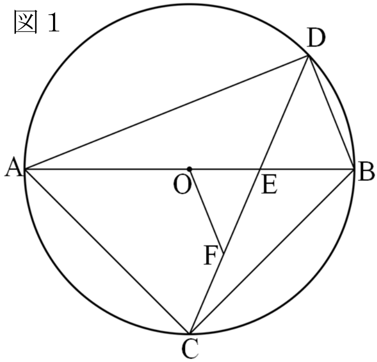
結んで円周角		
範囲：中 3 平面図形	難易度：★×5	得点　　　　　/20

出典：2014 年度　山形県

図１のように，点 O を中心とし，線分 AB を直径とする円 O がある。円 O の周上に，$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC}$ になるように点 C をとり，点 A と C，点 B と C をそれぞれ結ぶ。点 C をふくむ弧 AB を除いた円周上に，弧 AD の長さと弧 BD の長さが等しくならないように点 D をとり，点 A と D，点 B と D をそれぞれ結び，線分 AB と線分 CD との交点を E とする。点 O を通り線分 BD に平行な直線と線分 CD との交点を F とする。このとき，次の問いに答えなさい。

図１



１　∠ABD＝75°であるとき，∠BAD の大きさを求めなさい。

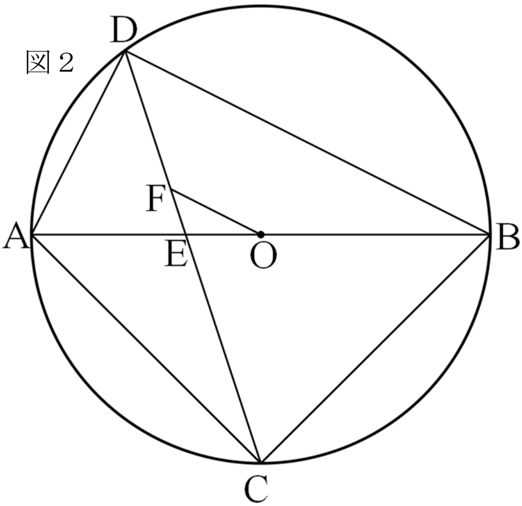
２　△OEF∽△CEA であることを証明しなさい。

３　図２は，図１で OE : EA＝1 : 2 となるように点 D をとったときのものである。円 O の半径が 9 cm であるとき，次の問いに答えなさい。

(1) △ABD の面積は△OEF の面積の何倍になるか，求めなさい。

(2) EF の長さを求めなさい。

図２



【解答例】

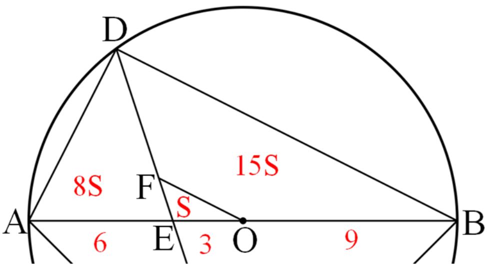
1（4点）

ABは直径，$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角だから$\angle ADB = 90^\circ$

よって，$\angle BAD = 180^\circ - 90^\circ - 75^\circ =$ **15°**

2（5点）

△OEFと△CEAにおいて，
共通な角だから，∠OEF＝∠CEA……①
OF//DBより平行線の錯角は等しいから，∠OFE＝∠BDC
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角だから，∠BDC＝∠CAE
よって，∠OFE＝∠CAE……②
①，②より2組の角がそれぞれ等しいから△OEF∽△CEA

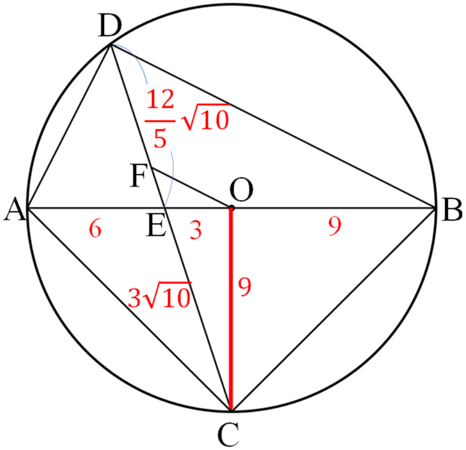


3（1）（5点）

OE：EA＝1：2より，
OE＝3 cm，AE＝6 cm
△EOF∽△EBDで
EO：EB＝1：4だから，
面積比は1：16

△DAE：△DEB＝1：2（底辺比）

よって，△OEF＝Sとすると，△ADB＝24S　**24倍**



3（2）（6点）

OC＝9より，EC＝$\sqrt{9+81} = 3\sqrt{10}$

△EAC∽△EDBより，

2：$\sqrt{10}$＝DE：12　DE＝$\frac{12}{5}\sqrt{10}$

EF：ED＝1：4なので，

EF＝$\frac{1}{4} \times \frac{12}{5}\sqrt{10} =$ $\boldsymbol{\frac{3\sqrt{10}}{5}}$ **(cm)**

【コメント】

全国の TOP レベル高校受ける中学生には秒で解いてほしい問題です。

３（1）は△OEF：△ABD です，聞かれている三角形に気をつけましょう。

３（2）は「OC を引く」これが思いつくか思いつかないかです。地味に厳しいです。練習しまくって，秒で解けるようになれるといいですね。なお，この解説作っている管理人は，秒で解けませんでした，少し時間かかりました。猛省。

北海道に住んでいると不思議なんですが，２のような全国的になぜか多く出題されているクソ簡単な証明は何のために出題されているんでしょうか。北海道は証明だけは 40 年前から捻っていますからね，他の問題異常に簡単なのに。

【作成】　高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/