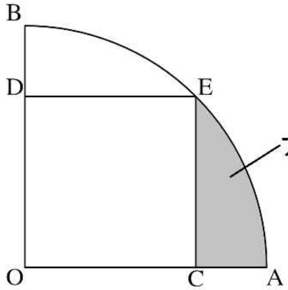
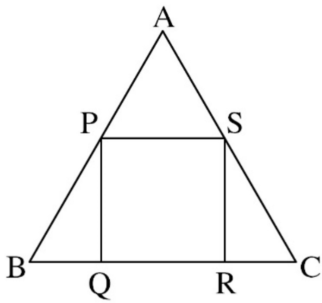
合体トム・ブラウンパズル		
範囲：中 1，3 図形	難易度：★★★★☆	得点　　　　　/10

出典：2011 年度　北海道 大問 6

問 1　下の図のように，半径 10 cm，中心角 90°のおうぎ形 OAB があります。半径 OA 上に点 C，半径 OB 上に点り，弧 AB 上に点 E を，四角形 OCED が正方形となるようにとります。このとき，図の色のついた部分アの面積を求めなさい。ただし，円周率はπを用いなさい。



問 2　下の図のように，正三角形 ABC の辺上に点 P，Q，R，S があります。四角形 PQRS が 1 辺 2 cm の正方形であるとき，正三角形 ABC の 1 辺の長さを求めなさい。（途中計算も書くこと）



問 3　図 1 のように，1 辺の長さが 4 cm の立方体があります。図 2 は，図 1 の立方体の 8 つの頂点から，それぞれの辺を 2 cm ずつ延長したところに 24 個の点をとったものです。図 3 は，図 2 でとった 24 個の点を頂点とする立体です。図 3 の立体の体積を求めなさい。

図 1

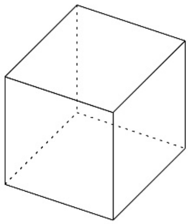


図 2

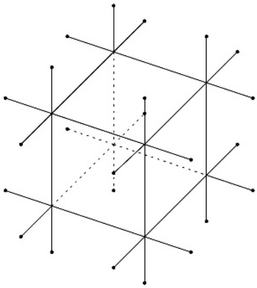
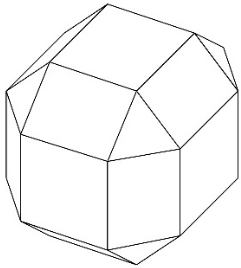
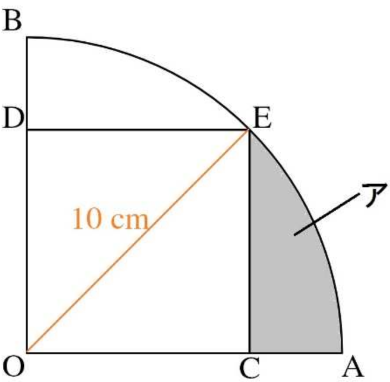


図 3



【解答例】

問 1（**3** 点）



円の半径が 10 cm なので，ひし形の面積の求め方から，正方形 OCED の面積は，$\dfrac{1}{2}\times 10\times 10 = 50\ \text{cm}^2$

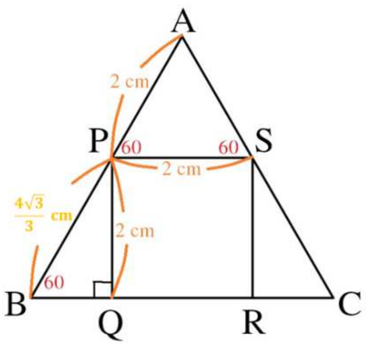
おうぎ形 OAB の面積は，

$100\pi\times\dfrac{90}{360} = 25\pi\ \text{cm}^2$

よって，アの面積は，

$\boldsymbol{\dfrac{25\pi-50}{2}}$ **cm^2**

問 2（**4** 点）



△APS は正三角形だから，AP＝2 cm

△PBQ で，∠PBQ＝60°，∠PQB＝90°

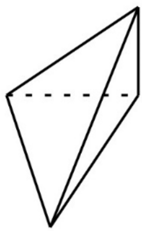
だから，$2:\text{PB} = \sqrt{3}:2$ より，

$\text{PB} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

したがって，正三角形 ABC の 1 辺の長さは，$\boldsymbol{2+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}}$ **cm** $\left(\boldsymbol{\dfrac{6+4\sqrt{3}}{3}}\ \textbf{cm}\right)$

※部分点　AP の長さ 1 点　PB の長さ 1 点

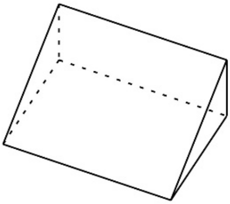
問 3（**3** 点）



①

左図のような，底面が直角二等辺三角形，高さが 2 cm の三角錐が 8 つある。体積は，

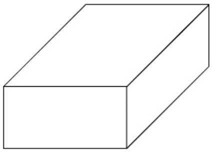
$8\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\times 2\times= \dfrac{32}{3}\ \text{cm}^3$



②

左図のような，底面が直角二等辺三角形，高さが 4 cm の三角柱が，8 つある。

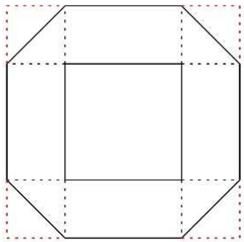
$$8 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 4 = 64 \text{ cm}^3$$



③

左図のような，底面が 1 辺 4 cm の正方形，高さが 2 cm の直方体が 2 つあるので，

$$2 \times 4 \times 4 \times 2 = 64 \text{ cm}^3$$



④

底面が左図の図形で，高さが 4 cm の立体がある。

底面の面積は，

$$64 - 4 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times = 56 \text{ cm}^2$$

体積は，$56 \times 4 = 224 \text{ cm}^3$

求める体積は①＋②＋③＋④だから，

$$\frac{32}{3} + 64 + 64 + 224 = \frac{32}{3} + \frac{1056}{3} = \boldsymbol{\frac{1088}{3} \text{ cm}^3}$$

【コメント】

問 1 は中学入試に出そうなパズル問題です。ただし，残念ながら勘で当たることは無いように工夫されています。問 2 も高校入試らしい三平方のパズル問題ですね。問 3 は，色々解法ありますが，どちらにせよ上手く図形を分けて「合体！」させなくてはなりません。

北海道にしては珍しくパズル尽くしの大問です。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/