

## 比率と関数

範囲：中3関数

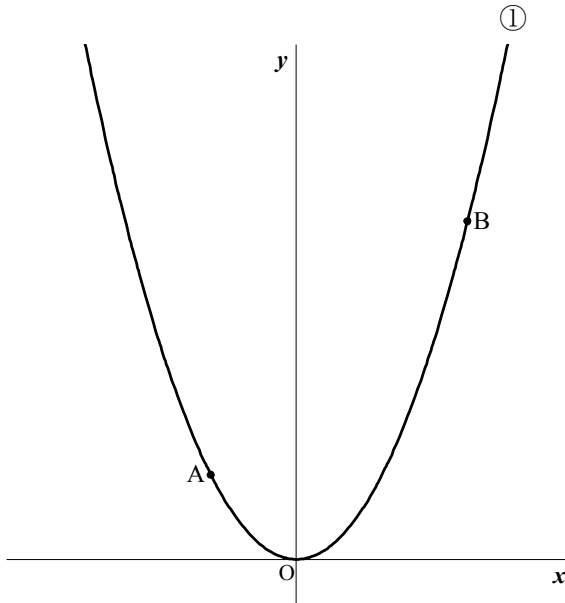
難易度：★★★★★

得点

/10

出典：2018年度 鳥取県

下の図のように、関数 $y = ax^2 \cdots \textcircled{1}$ のグラフは2点A  $(-3, 3)$ 、B  $(6, 12)$ を通っている。このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、原点はOとする。



- 問1  $a$ の値を求めなさい。
- 問2 2点A、Bを通る直線の式を求めなさい。
- 問3  $y$ 軸を対称の軸として点Aと線対称である点をCとすると、 $\triangle OAB$ の面積と $\triangle ABC$ の面積は等しくなる。その理由を底辺という語句を用いて説明しなさい。
- 問4 直線AB上の点で $x$ 座標が3となる点をPとする。このとき、直線OA上に点Dをとったとき、 $\triangle OAB$ と $\triangle DAP$ の面積が等しくなるような点Dの座標をすべて求めなさい。



【解答例】

問 1 (1 点)

$y = ax^2$  に  $A(-3, 3)$  を代入して,

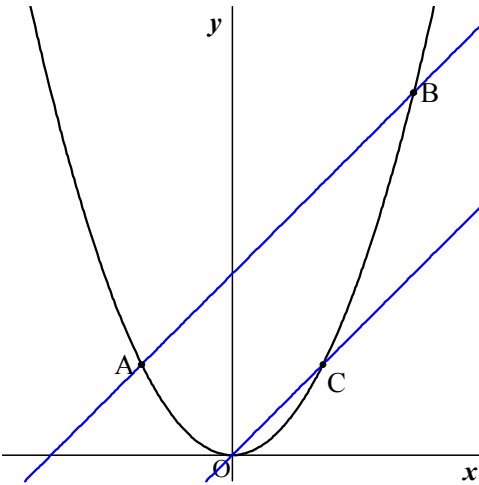
$$3 = 9a \quad a = \frac{1}{3}$$

問 2 (2 点)

直線  $AB$  の傾きは,  $\frac{9}{9} = 1$  なので,  $y - 3 = x + 3$   $y = x + 6$

傾き  $a$  の直線が,  $(b, c)$  を通るとき,  $y - c = a(x - b)$

問 3 (3 点)



直線  $AB$  の傾きは 1, 直線  $OC$  の傾

きも  $\frac{3}{3} = 1$  であるから,  $AB \parallel OC$

よって底辺  $AB$  が共通で, 高さが等しくなるから, 面積は等しくなる。

#### 問4 (4点)

P (3, 9) となる。

AP : AB = 6 : 9 = 2 : 3 となるので、  
面積が等しくなるには、

DA : OA = 3 : 2 となればよい。

点 O と点 A の x 座標の差は 3 だから、  
点 D と点 A の x 座標の差は、

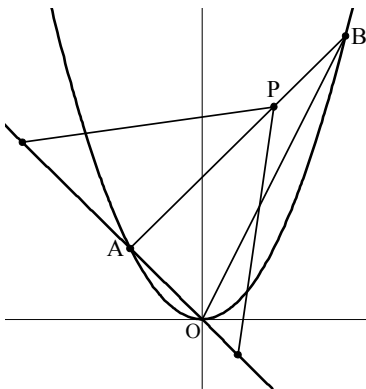
$$3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2} \text{ となる。}$$

点 D の x 座標は、

$$-3 \pm \frac{9}{2} = -\frac{15}{2}, \frac{3}{2} \text{ となる。}$$

直線 OA :  $y = -x$  なので、点 D の座標は、

$$\left(-\frac{15}{2}, \frac{15}{2}\right), \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$$



#### 【コメント】

1 直線上にあるので、比率を使い放題です。

もしかしたら、 $\triangle OAB = \triangle ABC$  を誘導として利用するのが模範解答かもしれませんが、たぶん上の解答が一番早いです。計算も楽。

#### 【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>