

渦巻規則性

範囲：規則性

難易度：★★★★☆☆

得点

/4

出典：2014年度 富山県

下の図のように、ある規則にしたがって自然数が1から順に1つずつ書かれた正方形のタイルをいくつか使って、1番目、2番目、3番目と正方形を作っていく。次の問に答えなさい。

1番目

1	4
2	3

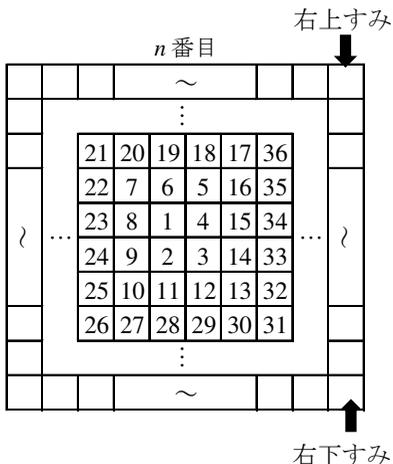
2番目

7	6	5	16
8	1	4	15
9	2	3	14
10	11	12	13

3番目

21	20	19	18	17	36
22	7	6	5	16	35
23	8	1	4	15	34
24	9	2	3	14	33
25	10	11	12	13	32
26	27	28	29	30	31

n 番目



- (1) 右の図の「4番目の正方形」において、「50」と書かれたタイルはどれか。適当なタイルに○をつけなさい。

- (2) n 番目の正方形の右上すみの位置にくる数字を n を用いて表しなさい。
 (3) 15番目の正方形の右下すみの位置にくる数字を求めなさい。

【解答例】**(1) (1点)**

実際に4番目の正方形を描くか、または、(2)を先に解き、64から順に数えて50の位置を探しても良いかも。

43	42	41	40	39	38	37	64
44	21	20	19	18	17	36	63
45	22	7	6	5	16	35	62
46	23	8	1	4	15	34	61
47	24	9	2	3	14	33	60
48	25	10	11	12	13	32	59
49	26	27	28	29	30	31	58
50	51	52	53	54	55	56	57

(2) (1点)

1番目で4、2番目で16、3番目で36と、右上すみの数は、偶数の2乗となっている(タイルが偶数²個ある)。よって、 $(2n)^2 = 4n^2$

(3) (2点)

n 番目の正方形は、1列にタイルが $2n$ 枚ある。よって、右下すみの位置にくる数字は、**(※)** $4n^2 - (2n - 1) = 4n^2 - 2n + 1$ となるので、ここに $n = 15$ を代入し、 $4 \cdot 15^2 - 2 \cdot 15 + 1 = 900 - 30 + 1 = 871$

21	20	19	18	17	36
22	7	6	5	16	35
23	8	1	4	15	34
24	9	2	3	14	33
25	10	11	12	13	32
26	27	28	29	30	31

(※) 1列にタイルは $2n$ 枚あるが、右上すみの数と右下すみの数の差は、 $2n - 1$ となる。例えば、左の3番目の図形では、
 右上すみの数 $= 4 \times 3^2 = 36$
 右下すみの数 $= 36 - (2 \times 3 - 1) = 31$ となっている。

【コメント】 平凡な規則性の問題ですが、楽しもうと思えばいくらでも楽しめます。例えば、左下すみから1つ上のタイルの数は、必ず奇数²となっています ($4n^2 - 2(2n - 1) = 4n^2 - 4n + 1 = (2n - 1)^2$ となっている)。これが一瞬で分かるのなら、(1)も $(8 - 1)^2 + 1 = 50$ であることから、すぐ左下すみの数とか分かる。そんな解き方する人はいないと思うけど。問題も作りようによっては「 n 番目の正方形の左下すみの位置にくる数字を n で表しなさい」とかにして受験生を困らせることも可能です。