

芸術的な高校入試第93回

難易度：★×5

美しさ：★×5

得点

/13

出典：2022年度 岡山県改題

図 I のように、底面が正方形で、側面が二等辺三角形の正四角錐があり、 $OA=6\text{ cm}$ 、 $AB=4\text{ cm}$ です。図 II はこの正四角錐の展開図で、 AD と OB の交点を E とします。次の問いに答えなさい。

図 I

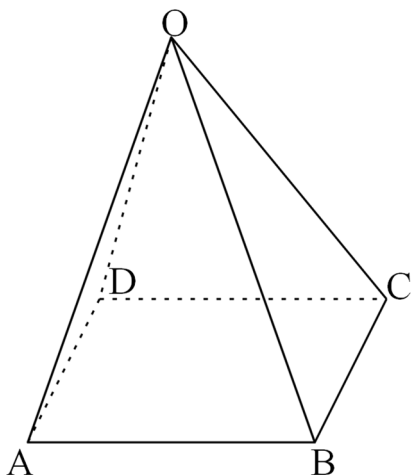
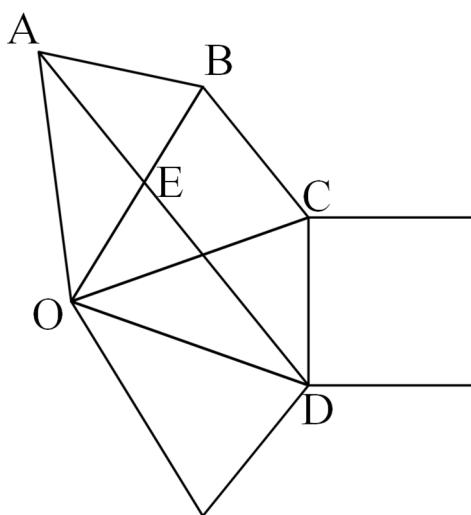


図 II



- (1) 図 II で、 $\triangle OAB \sim \triangle AEB$ であることを証明しなさい。
- (2) 図 II で、 AD の長さを求めなさい。

【解答例】

(1) (8点)

$\triangle OAB$ と $\triangle AEB$ において,

共通な角だから, $\angle OBA = \angle ABE \cdots \textcircled{1}$

$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = x$ と置くと,

$\triangle OAB$ は $OA = OB$ の二等辺三角形なので, $\angle OAB = 90^\circ - \frac{1}{2}x$

$\triangle OAD$ は $OA = OD$ の二等辺三角形なので,

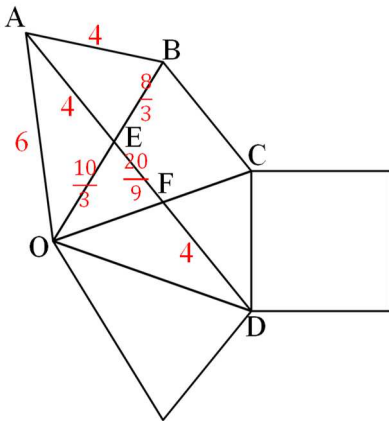
$\angle OAD = (180^\circ - 3x) \times \frac{1}{2} = 90^\circ - \frac{3}{2}x$

よって, $\angle EAB = 90^\circ - \frac{1}{2}x - (90^\circ - \frac{3}{2}x) = x$

よって, $\angle AOB = \angle EAB \cdots \textcircled{2}$

①, ②より, 2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle OAB \sim \triangle AEB$

(2) (5点)



AD と OC の交点を F とすると, (1) と同様に $\triangle OCD \sim \triangle DFC$ なので,

$\triangle AEB \equiv \triangle DFC$

$\triangle OAB \sim \triangle AEB$ なので,

$$EB = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$$

$\triangle AEB \sim \triangle OEF$ なので,

$$EF = \frac{2}{3} \times \frac{10}{3} = \frac{20}{9}$$

$$AD = 4 + \frac{20}{9} + 4 = \frac{92}{9} \text{ cm}$$

【コメント】

地味に(1)が迷いそうな問題です。シンプルながら良い問題。落ち着いてやりましょう。本番の岡山県は採点が面倒になることを危惧したのか、 x の部分は穴埋めでした、賢明な判断かも。練習では穴埋め無しで書けるようにしておくの良いことあります、たぶん。

(2)は(1)解けなくても楽に解けます。特にいうことなし。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>