

相似から関数に

範囲：関数

難易度：★×5

得点

/15

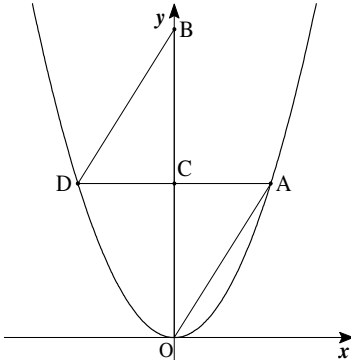
出典：2014年度 桐朋高校

O を原点とする座標平面上に、放物線 $y=ax^2$ ($a>0$) がある。放物線上に点 A があり、その x 座標は 4 である。また、 y 軸上に点 B があり、その y 座標は 12 である。線分 OB 上に点 C をとり、直線 AC と放物線の交点のうち、A ではないものを D とする。

(1) $\triangle AOC \equiv \triangle DBC$ となるとき、 a の値を求めよ。

(2) $\triangle AOC \sim \triangle DBC$, $AO=2DB$ となるとき、 a の値を求めよ。

【解答例】



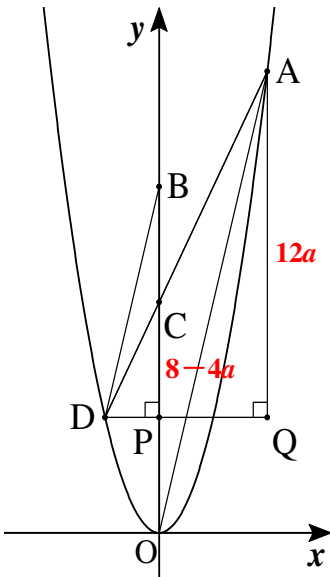
(1) (7点)

$\triangle AOC \equiv \triangle DBC$ なので、

$OC = BC$, よって、 $C(0, 6)$

$AC = DC$, ($y = ax^2$ は y 軸に関して線対称だから), 点 A の y 座標は 6

$$a = \frac{6}{4^2} = \frac{3}{8}$$



(2) (8点)

$\triangle AOC \sim \triangle DBC$,

$AO = 2DB$ (つまり, $AO : DB = 2 : 1$ である)

なので, $OC : BC = 2 : 1$, $C(0, 8)$ となる。

$AC : DC = 2 : 1$ なので, D の x 座標は -2 となるので, y 座標は $4a$ 。

点 D から x 軸に平行な直線を引き, y 軸との交点を P , 点 A から y 軸に平行な直線を引いたものとの交点を Q とする。

$\triangle DCP \sim \triangle DAQ$ で, $CP : AQ = 1 : 3$ だから,

$$1 : 3 = (8 - 4a) : 12a, \quad 24 - 12a = 12a, \quad a = 1$$

【コメント】

自分で図を描く必要がある問題です。(1), (2) で結構図が激しく変わるので、一般的な中学生にはしんどそう。図が問題文に描かれていたら、正答率上がりそうです。

比率が出てくる問題では、大人しく相似で考えた方が解きやすいです。

2015年度岐阜県：<https://hokkaimath.jp/blog-entry-61.html>

は、これ系の問題の基礎の基礎です。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>