

## 相似から関数に

範囲：関数

難易度：★×5

得点

/15

出典：2014年度 桐朋高校

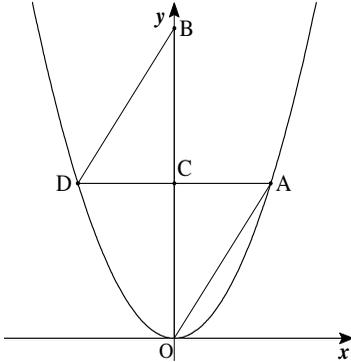
O を原点とする座標平面上に、放物線  $y=ax^2$  ( $a>0$ ) がある。放物線上に点 A があり、その  $x$  座標は 4 である。また、 $y$  軸上に点 B があり、その  $y$  座標は 12 である。線分 OB 上に点 C をとり、直線 AC と放物線の交点のうち、A ではないものを D とする。

(1)  $\triangle AOC \equiv \triangle DBC$  となるとき、 $a$  の値を求めよ。

(2)  $\triangle AOC \sim \triangle DBC$ ,  $AO=2DB$  となるとき、 $a$  の値を求めよ。



【解答例】



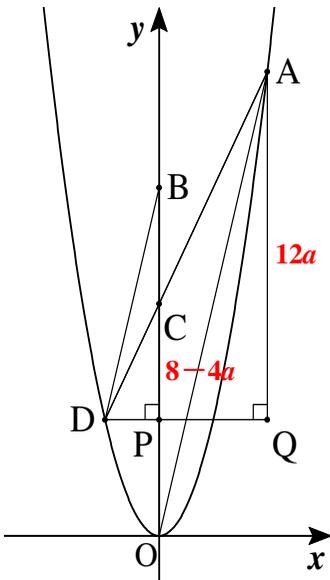
(1) (7点)

$\triangle AOC \equiv \triangle BOC$  なので、

$OC = BC$ , よって、 $C(0, 6)$

$AC = DC$ , ( $y = ax^2$  は  $y$  軸に関して線対称だから), 点  $A$  の  $y$  座標は  $6$

$$a = \frac{6}{4^2} = \frac{3}{8}$$



(2) (8点)

$\triangle AOC \sim \triangle BOC$ ,

$AO = 2BO$  (つまり,  $AO : BO = 2 : 1$  である)

なので,  $OC : BC = 2 : 1$ ,  $C(0, 8)$  となる。

$AC : DC = 2 : 1$  なので,  $D$  の  $x$  座標は  $-2$  となるので,  $y$  座標は  $4a$ 。

点  $D$  から  $x$  軸に平行な直線を引き,  $y$  軸との交点を  $P$ , 点  $A$  から  $y$  軸に平行な直線をついたものとの交点を  $Q$  とする。

$\triangle DCP \sim \triangle DAQ$  で,  $CP : AQ = 1 : 3$  だから,

$$1 : 3 = (8 - 4a) : 12a, \quad 24 - 12a = 12a, \quad a = 1$$

## 【コメント】

自分で図を描く必要がある問題です。(1), (2) で結構図が激しく変わるので、一般的な中学生にはしんどそう。図が問題文に描かれていたら、正答率上がりそうです。

比率が出てくる問題では、大人しく相似で考えた方が解きやすいです。

2015 年度岐阜県：<https://hokkaimath.jp/blog-entry-61.html>

は、これ系の問題の基礎の基礎です。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>