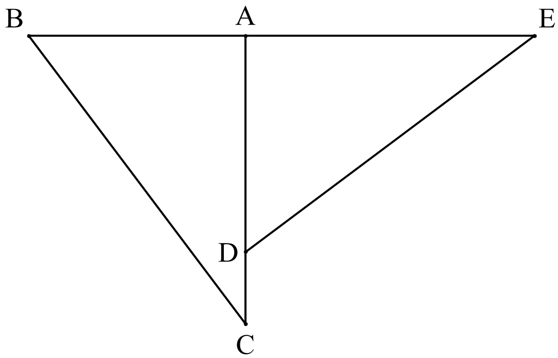
予想外角？		
範囲 : 中 2 or 中 3 図形	難易度 : ★★★★★	得点　　　　　　/8

出典：オリジナル

下の図のように，∠A＝90°，AB＜AC の直角三角形 ABC があります。点 A を回転の中心として，△ABC を辺 AB が辺 AC に重なるよう，反時計回りに回転させたものを△ADE とします。次の問いに答えなさい。



問 1　AB : AC＝1 : 2，△DEC＝1 cm^2のとき，△ABC の面積を求めなさい。

問 2　∠DBC＝∠DEC を証明しなさい。

【解答例】

問１（３点）

AB＝AD なので，AD：DC＝1：1。点 D は辺 AC の中点となる。高さ EA が共通，AD＝DC なので，△DEC＝△ADE＝△ABC＝**1 cm²**

問２（５点）

（解答例１　中２）

仮定より

∠ACB＝∠AED…①【1 点】

（AB＝AD，∠BAD＝90°，AC＝AE，∠CAE＝90°だから，）

△ABD と△ACE は直角二等辺三角形である。

したがって，∠ADB＝∠AEC【1 点】

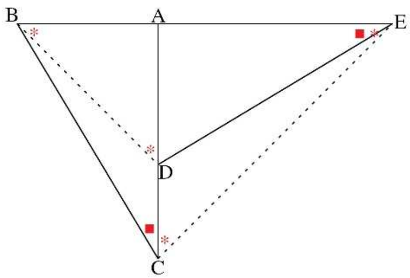
また，三角形の外角は，それと隣り合わない 2 つの内角の和に等しいから，∠ADB＝∠DBC+∠ACB【1 点】より，

∠DBC＝∠ADB－∠ACB…②

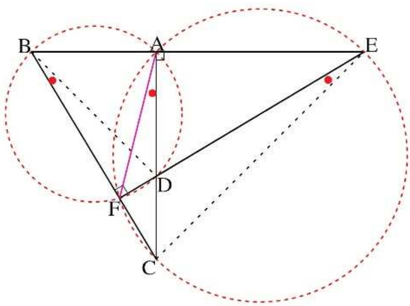
∠DEC＝∠AEC－∠AED【1 点】…③

①，②，③より，∠DBC＝∠DEC【1 点】

（解答例 1）



（解答例 2）



（解答例 2　中 3）

△ADE は, △ABC を点 A を回転の中心として 90°回転させたものなので, 直線 BC と直線 DE は垂直に交わる。【2 点】
直線 DE と BC の交点を F とすると, ∠DFB＝90°　仮定より ∠DAB＝90° だから，4 点 A，B，D，F は，BD を直径とする同一円周上にある。同様に，4 点 A，E，C，F も同一円周上にある。
$\overset{\frown}{DF}$に対する円周角は等しいので，∠DBC＝∠DAF　【1 点】
$\overset{\frown}{CF}$に対する円周角は等しいので，∠DAF＝∠DEC　【1 点】
したがって，∠DBC＝∠DEC　【1 点】

【コメント】

相似や合同かと思ったら，何でもないパターンです。予想外。北海道はごくたまに，合同でも相似でもないパターン出してくるので，注意が必要です。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/