

範囲と文字の処理基礎

範囲：中 2 関数

難易度：★×3

得点

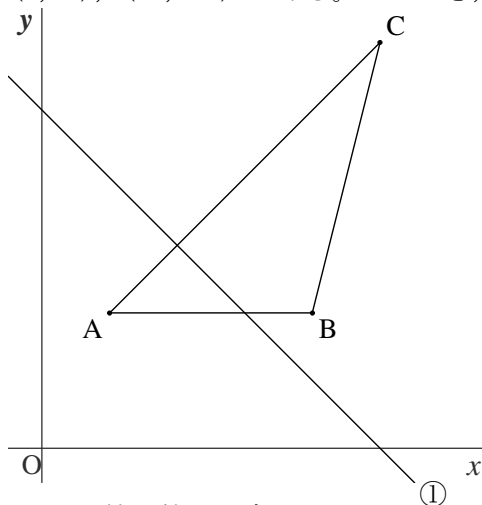
/13

出典：2022 年度 鹿児島県

下の図は、直線 $y = -x + 2a$ …①と $\triangle ABC$ を示したものであり、3 点 A, B, C の座標は、それぞれ (2, 4), (8, 4), (10, 12) である。このとき、次の 1, 2 の間に答えなさい。

1 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

2 直線①が線分 AB と交わるとき、直線①と線分 AB, AC の交点をそれぞれ P, Q とする。このとき、次の (1) ~ (3) に答えよ。ただし、点 A と点 B のどちらか一方が直線①上にある場合も、直線①と線分 AB が交わっているものとする。



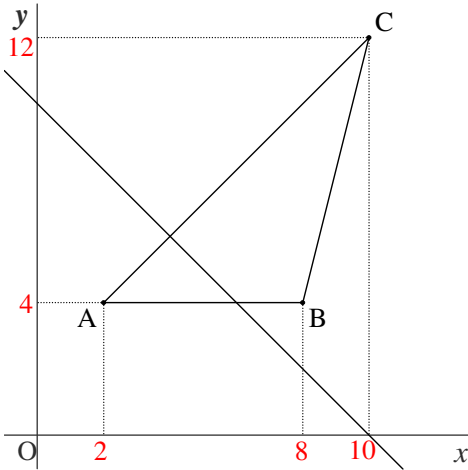
(1) 直線①が線分 AB と交わるときの a の値の範囲を求めよ。

(2) 点 Q の座標を a を用いて表せ。

(3) $\triangle APQ$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{8}$ であるとき、 a の値を求めよ。た

だし、求め方や計算過程も書くこと。

【解答例】



1 (3点)

$\triangle ABC$ において、
 $AB=8-2=6$ 、高さは $12-4=8$
 なので、

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

2 (1) (3点)

$y = -x + 2a$ は左図の赤線のように動く。

A (2, 4) を通るとき、

$$4 = -2 + 2a \quad a = 3$$

B (8, 4) を通るとき、

$$4 = -8 + 2a \quad a = 6$$

「ただし、点 A と点 B のどちらか一方が直線①上にある場合も、直線①と線分 AB が交わっているものとする。」

とあるので、 $3 \leq a \leq 6$

2 (2) (3点)

直線 AC の式は、 $y = x + 2 \cdots \textcircled{2}$ 、これと $y = -x + 2a$ との交点は、

$$-x + 2a = x + 2 \quad 2x = 2a - 2 \quad x = a - 1 \quad \textcircled{2} \text{に代入して、} y = a + 1$$

Q ($a-1, a+1$)

2 (3) (4点)

P の y 座標は 4 なので, x 座標は①に $y=4$ を代入し,

$$4 = -x + 2a \quad x = 2a - 4 \quad P(2a - 4, 4)$$

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times (2a - 4 - 2) \times (a + 1 - 4) = \frac{1}{2} \times (2a - 6)(a - 3) = (a - 3)^2$$

$\triangle APQ$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{8}$ であるとき,

$$(a - 3)^2 = 24 \times \frac{1}{3} \quad a - 3 = \pm\sqrt{3} \quad a = 3 \pm \sqrt{3}$$

$$3 \leq a \leq 6 \text{ より, } a = 3 + \sqrt{3}$$

【コメント】

ブログで鹿児島公立高校の問題紹介したことないなと気づいたので何となく作ってみました。慣れた方・高校生以上にはあまりにも簡単な問題ですが、中学生が解くとなると文字式でもう嫌になりますね。意外に 2 (1) でガクッと正答率落ちていそうです。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>